

# 構造的異性による機構の零剛性と これを利用したトルク伝達のための非線形剛性特性機構

○岡田昌史, 紀 晋太郎  
東京工業大学, 〒 152-8552 東京都目黒区大岡山 2-12-1

## Zero Stiffness Mechanism based on Mechanical Singularity and Its Application of Non-linear Passive Stiffness for Torque Transmission

\*Masafumi OKADA and Shintaro KINO (Tokyo TECH)

**Abstract**— To introduce a passive compliant mechanism for robot joints is an effective way for impact absorption. However, because robots also require high torque transmission, the simultaneous implementation of stiffness and softness is a significant issue. In this paper, we develop a torque transmission mechanism with passive variable stiffness that realizes from zero to extremely high stiffness using mechanical singularity. The analysis of zero stiffness and nonlinearity of the stiffness are established and the experimental evaluations are shown.

**Key Words:** Passive variable stiffness, Mechanical singularity, Parallel mechanism

### 1. はじめに

未知の環境下における柔軟性, 衝撃の吸収を目的としてロボットに柔らかさを導入することが従来から数多くなされてきた. その技術は,

1. 構造の機械的な柔らかさを利用したパッシブコンプライアンス
2. 力制御により仮想的なばね特性を実現するアクティブコンプライアンス
3. 冗長なアクチュエータによって構造の弾性特性を変化させるプログラマブルパッシブコンプライアンス

に分けられる. 1. は構造を弾性体で設計することで容易に実現できる方法であり, 機構設計の問題に置き換えられる. しかし, 柔らかさの影響でロボット手先には振動的な要素が発生し, これを抑える制御則が必要とされる. また, 一般にロボットには大きな力を伝達するための硬さも要求されることが多く, 硬さと柔らかさの両立が大きな問題として残される. 特に, 一般に弾性体でその弾性特性を大きく変化させることは難しく, 硬いものあるいは柔らかいもののどちらか一方のみの実現が現実的である. さらに, 弾性体によって設計した部品の強度は小さく, 破損も起こしやすい. 2. の方法はコンプライアンス制御, インピーダンス制御 [1] としてその体系がまとめられ, ヤコビ行列, 逆動力学に基づいた計算手法としてアルゴリズムが確立している. しかし, 実際にはセンサの周波数応答, フィードバック系のバンド幅などの影響により, 衝撃を吸収するほどの性能は得にくい. 3. の方法では, 上記の問

題点を解決することを目的とし, 有効な弾性体の長さを変化させることでコンプライアンスを変化させる方法 [2], 拮抗駆動を用いた方法 [3] など数多くの駆動部の開発が行われている. しかし, やはり弾性体を用いる以上, 強度の面からその弾性特性を著しく変化させることは困難である. これらのことから, ロボットの柔らかさを実現するためのあらな発想が望まれていると言える.

本研究では, 衝撃を吸収する柔らかさと駆動力を伝える硬さの両立を目指し, 剛体のみで非線形ばね特性を有する機構を開発する. この機構の特徴としては

- 構造の異性を利用することによって零剛性が実現できること.
  - 剛性の変化が極めて大きく高剛性が実現可能であること.
  - 高剛性材料のみで設計するため, 強度が高いこと.
- が挙げられる. また, 開発した機構を用いて四脚ロボットを開発する.

### 2. 構造的異性による機構の零剛性

#### 2.1 機構の構造

開発する機構の機構図を Fig.1 に示す. この機構は 3次元の閉リンク機構であり, 回転対偶  $R_1 \sim R_5$  はそれぞれ  $z$  軸,  $x$  軸,  $x$  軸,  $z$  軸,  $z$  軸回りに回転し, その回転量をそれぞれ  $\theta_1 \sim \theta_4, \phi$  とする. それぞれのリンクの長さは図に示す通りである. A~D は今後の図との対応付けのために示しておく. Fig.2 に設計した機構の断面図を示す.  $R_2, R_3$  の軸受けはころ軸受けを使用し, その他の対偶は玉軸受けを用いた. また, リンク

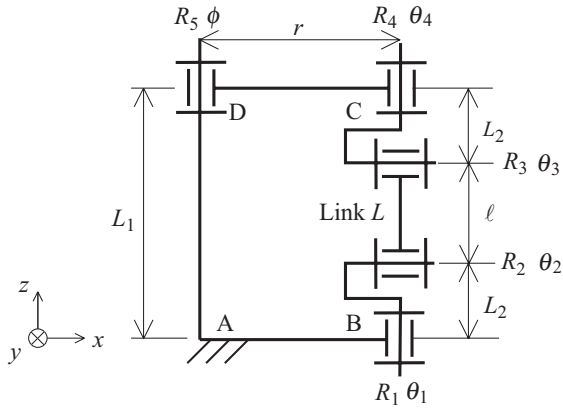


Fig.1 Proposed mechanism

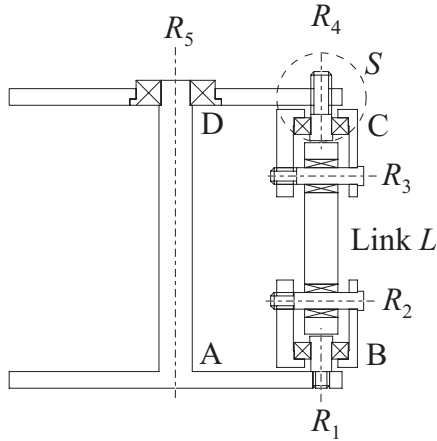


Fig.2 Cross-section view of the proposed mechanism

$L$  の長さ方向のバックラッシュをなくすため  $S$  のねじは上テーブルからはみ出すようにし、これを回すことでリンクのプリテンションを調節する。

## 2.2 微小変化と方程式

いま、方程式

$$\mathbf{y} = f(\mathbf{x}) \quad (1)$$

$$\mathbf{x} = \begin{bmatrix} x_1 & x_2 & \cdots & x_n \end{bmatrix}^T \quad (2)$$

$$\mathbf{y} = \begin{bmatrix} y_1 & y_2 & \cdots & y_m \end{bmatrix}^T \quad (3)$$

が  $(\mathbf{x}_0, \mathbf{y}_0)$  のときに満たされているとする。このとき、 $\mathbf{x}_0$  が  $\mathbf{x}_0 + \delta\mathbf{x}$  だけ変化し

$$\mathbf{y}_0 + \delta\mathbf{y} = f(\mathbf{x}_0 + \delta\mathbf{x}) \quad (4)$$

になったとする。ここで、 $\delta\mathbf{x}$  が十分小さいとすると、式 (4) をテイラー展開し、二次以上の微量を無視することで次式が得られる。

$$\mathbf{y}_0 + \delta\mathbf{y} = f(\mathbf{x}_0) + J(\mathbf{x}_0)\delta\mathbf{x} \quad (5)$$

$$J(\mathbf{x}_0) = \left. \frac{\partial f(\mathbf{x})}{\partial \mathbf{x}} \right|_{\mathbf{x}=\mathbf{x}_0} \quad (6)$$

$$= \left[ \left. \frac{\partial f(\mathbf{x})}{\partial x_1} \right|_{\mathbf{x}=\mathbf{x}_0} \quad \cdots \quad \left. \frac{\partial f(\mathbf{x})}{\partial x_n} \right|_{\mathbf{x}=\mathbf{x}_0} \right] \quad (7)$$

このとき、式 (5) の右边第二項が

$$J(\mathbf{x}_0)\delta\mathbf{x} = 0 \quad (8)$$

を満たすとすると、これは  $\mathbf{x} = \mathbf{x}_0$  のとき  $\mathbf{x}_0$  が  $\mathbf{x}_0 + \delta\mathbf{x}$  に変化しても、方程式

$$\mathbf{y}_0 = f(\mathbf{x}_0 + \delta\mathbf{x}) \quad (9)$$

が満たされることを意味している。特に、 $\delta\mathbf{x}$  を単位時間あたりの変化量とし、

$$\delta\mathbf{x} = \dot{\mathbf{x}}_0 \quad (10)$$

とすると  $\mathbf{x}$  は  $\mathbf{x}_0$  のときに  $\dot{\mathbf{x}}_0$  の速度を持つことが許容されることを意味している。いま、 $J \in R^{m \times n}$  なので、式 (8) を満たす零でない  $\delta\mathbf{x}$  が存在するためには

$$\text{rank } J(\mathbf{x}_0) < n \quad (11)$$

が満たされることである。

## 2.3 構造の特異性による零剛性

上記の議論を提案する機構で行う。なお、以下の考察では全てのリンクが剛体であると仮定して議論を進める。Fig.1 の機構の自由度  $f$  は

$$f = 6 \times (5 - 1) - 5 \times 5 = -1 \quad (12)$$

となるが、それぞれのリンクの長さを

$$L_1 = 2L_2 + \ell \quad (13)$$

と選択することで拘束条件の冗長性が発生し、自由度が 0 の構造物となる。すなわち、この機構は動かない。次に、機構の拘束条件について調べる。この機構は閉リンク系を構成していることから  $A$  から出発して、 $A \rightarrow B \rightarrow C \rightarrow D \rightarrow A$  と 1 周した場合を考える。このとき、絶対座標系から見た始点と終点の位置と姿勢が一致する条件から座標変換行列  $f, g$  について以下の拘束条件が存在する。

$$f(\theta_1, \theta_2, \theta_3, \theta_4, \phi) = L_x^r L_z^{L_2} R_z^{\theta_1} R_x^{\theta_2} L_z^\ell R_x^{\theta_3} R_z^{\theta_4} L_z^{L_2} L_x^{-r} R_z^\phi L_z^{-L_1} \quad (14)$$

$$= I_4 \quad (15)$$

$$g(\theta_1, \theta_2, \theta_3, \theta_4, \phi) = R_z^{\theta_1} R_x^{\theta_2} R_x^{\theta_3} R_z^{\theta_4} R_z^\phi = I_4 \quad (16)$$

ただし、 $I_4$  は  $4 \times 4$  の単位行列であり、 $R_i^j$  は  $i$  軸回りに  $j$  回転するときの座標変換行列、 $L_i^j$  は  $i$  軸に沿って  $j$

だけ平行移動するときの座標変換行列である．式 (15) は位置の拘束条件，式 (16) は姿勢の拘束条件である．これらは行列に対する等式であるが， $f, g$  は直交行列であるため，独立な拘束条件はそれぞれ 3 本ずつであり，これらを

$$F(\Theta) = 0 \quad \in R^3 \quad (17)$$

$$G(\Theta) = 0 \quad \in R^3 \quad (18)$$

$$\Theta = \begin{bmatrix} \theta_1 & \theta_2 & \theta_3 & \theta_4 & \phi \end{bmatrix}^T \quad (19)$$

と記述することにする．これらの拘束条件は， $\theta_i (i = 1 \sim 4) = 0, \phi = 0$ ，すなわち，

$$\Theta = \Theta_0 = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}^T \quad (20)$$

のとき成立する．

いま， $\theta_i, \phi$  が微量  $\Delta\theta_i, \Delta\phi$  だけ回転した場合を考える．このとき  $F, G$  は二次以上の微小項を無視することで

$$\begin{bmatrix} F(\Theta_0 + \Delta\Theta) \\ G(\Theta_0 + \Delta\Theta) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} F(\Theta_0) \\ G(\Theta_0) \end{bmatrix} + J(\Theta)\Delta\Theta \quad (21)$$

$$\Delta\Theta = \begin{bmatrix} \Delta\theta_1 & \Delta\theta_2 & \Delta\theta_3 & \Delta\theta_4 & \Delta\phi \end{bmatrix}^T \quad (22)$$

$$J(\Theta) = \begin{bmatrix} \frac{\partial F}{\partial \theta_1} & \frac{\partial F}{\partial \theta_2} & \frac{\partial F}{\partial \theta_3} & \frac{\partial F}{\partial \theta_4} & \frac{\partial F}{\partial \phi} \\ \frac{\partial G}{\partial \theta_1} & \frac{\partial G}{\partial \theta_2} & \frac{\partial G}{\partial \theta_3} & \frac{\partial G}{\partial \theta_4} & \frac{\partial G}{\partial \phi} \end{bmatrix} \quad (23)$$

と表される．ただし， $J \in R^{6 \times 5}$  である．前節と同様の考え方から，式 (17), (18) を満たしたままの  $\Delta\Theta$  が存在するための条件は

$$\text{rank } J(\Theta_0) < 5 \quad (24)$$

となることである． $\Theta_0$  が  $\Theta_0 + \Delta\Theta$  に変化しても拘束条件が満たされるということは，外力が零のときでも，どのリンクにも応力が働くことなく  $\Theta_0$  が  $\Theta_0 + \Delta\Theta$  に変化可能であるということである．すなわち， $\Theta = \Theta_0$  の瞬間に  $\Theta$  が  $\Delta\Theta$  方向に速度を持てるということである．これは  $\Delta\Theta$  の方向への零剛性を意味する．

実際に設計した機構において  $\Theta = \Theta_0$  のときの  $J$  を求めると

$$\text{rank } J(\Theta_0) = 3 (< 5) \quad (25)$$

となり，その補空間の正規直交基底は

$$\Delta\Theta_1 = \begin{bmatrix} -0.71 & 0 & 0 & 0.71 & 0 \end{bmatrix}^T \quad (26)$$

$$\Delta\Theta_2 = \begin{bmatrix} 0.33 & -0.41 & 0.41 & 0.33 & -0.66 \end{bmatrix}^T \quad (27)$$

となる．式 (26) はリンク  $L$  が  $z$  軸回りに回転することを許す基底であり，式 (27) は  $\theta_i$  とカップリングを持つ

て  $\phi$  が回転することを許す基底である．すなわち，式 (27) は  $\Theta = \Theta_0$  のときに， $\phi$  が回転速度を持つことを許し，この瞬間に  $\phi$  軸回りの回転の剛性が零であることを示している．これにより，この機構は剛体で構成されているにも関わらず， $\Theta = \Theta_0$  の瞬間に  $\phi$  軸回りの零剛性を実現していることが示される．

### 3. 機構の剛性特性

#### 3.1 関節機構の試作

Fig.3 上図に試作した機構を示す．下の円盤，上の円盤でトルクを伝える入出力関係を持つ．前章では剛体リンクとして議論を行ったが，実際には完全な剛体は存在せずリンク  $L$  は硬いばね特性を持つ．これにより，2 枚のテーブル間の回転に大きな非線形剛性特性を持つがこれについて論じる．Fig.3 下図に実際に本機構がねじれる様子を示す．リンク  $L$  を 3 本としたが，これは強度を高くすることを目的としたもので 1 本の場合とその本質は変わらない．

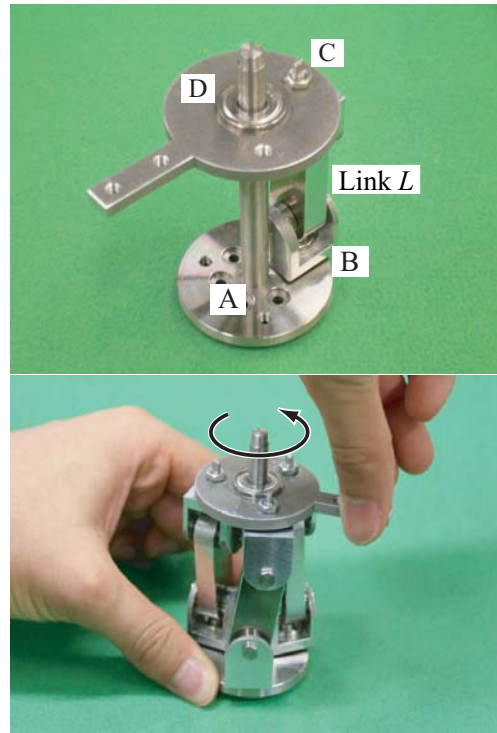


Fig.3 Designed mechanism and its motion

#### 3.2 剛性特性の計算

$\phi$  軸回りの機構の剛性係数  $K_\phi$  について述べる．いま，リンク  $L$  を長さ方向にばね定数  $K_L$  の線形ばねであると仮定し， $\phi$  軸回りにトルク  $\tau$  を与えることで  $\phi$  だけ回転したとする．また，そのときのリンクの長さを  $\ell + \lambda$  とすると，仕事量の関係から機構に蓄えられ

るエネルギー  $E$  は

$$E = \int_0^\phi \tau(\phi) d\phi = \int_0^\lambda K_L \lambda d\lambda = \frac{1}{2} K_L \lambda^2 \quad (28)$$

で表される．これを両辺  $\phi$  で微分して次式を得る．

$$\tau(\phi) = K_L \lambda \frac{d\lambda}{d\phi} \quad (29)$$

一方，幾何学的な関係から

$$2r^2(1 - \cos \phi) + \ell^2 = (\ell + \lambda)^2 \quad (30)$$

が成り立ち，これを  $\lambda$  について解くと

$$\lambda = \sqrt{2r^2(1 - \cos \phi) + \ell^2} - \ell \quad (31)$$

が導かれる．さらに，式 (31) を  $\phi$  で微分することで，

$$\frac{d\lambda}{d\phi} = \frac{r^2 \sin \phi}{\sqrt{2r^2(1 - \cos \phi) + \ell^2}} \quad (32)$$

が得られる．式 (31)，(32) を式 (29) に代入して，トルクが  $\phi$  の関数として

$$\tau(\phi) = K_L \left( r^2 \sin \phi - \frac{\ell r^2 \sin \phi}{L_\phi(\phi)} \right) \quad (33)$$

$$L_\phi(\phi) = \sqrt{2r^2(1 - \cos \phi) + \ell^2} \quad (34)$$

となる．ここで剛性係数  $K_\phi$  を

$$K_\phi(\phi) = \frac{d\tau(\phi)}{d\phi} \quad (35)$$

で定義すると，

$$K_\phi(\phi) = K_L \left( r^2 \cos \phi - \frac{\ell r^2 \cos \phi}{L_\phi(\phi)} + \frac{\ell r^4 \sin^2 \phi}{L_\phi^3(\phi)} \right) \quad (36)$$

として  $K_\phi$  が求まる．この変化の様子 ( $\phi = 0 \sim 180$  [degree]) を Fig.4 左図に示す．ただし，リンク  $L$  は  $8[\text{mm}] \times 16[\text{mm}]$  の四角柱 (材質 A2017)， $\ell = 30[\text{mm}]$ ， $r = 16[\text{mm}]$  とし， $K_L = 1.1 \times 10^8 [\text{N/m}]$  を用いた．このときおよそ  $113[\text{degree}]$  を境に  $K_\phi$  が負の値になるが，機構に蓄えられるエネルギー  $E$  は Fig.4 右図のように単調に増加するので， $K_\phi$  の符号は復元力の方を示すものではなく， $0 \sim 180[\text{degree}]$ の間では復元力の方は一一定である．実際にはリンク  $L$  はそれほど大きなひずみを起こせないで， $\phi = 0 \sim 8[\text{degree}]$  を拡大すると  $K_\phi$  は Fig.5 の実線のような非線形剛性特性を持つことが分かる．また， $\lambda$  の変化によりリンク  $L$  は降伏点 (0.1% ひずみ) を越えるため，それ以降の部分破線で示した．なお，そのときの  $\phi$  は  $4.81[\text{degree}]$ ， $K_\phi$  は  $256[\text{Nm/rad}]$  であり，これは長さ  $30[\text{mm}]$ ，直径  $7.5[\text{mm}]$  のジュラルミンの丸棒のねじり剛性にほぼ等

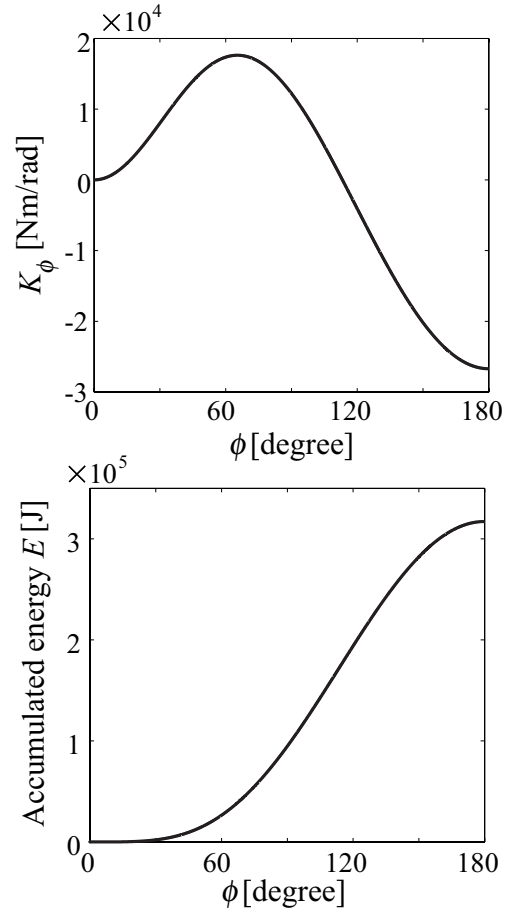


Fig.4 Stiffness and accumulated energy of the mechanism

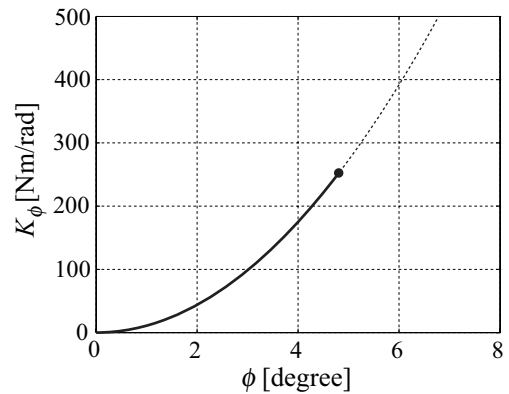


Fig.5 Stiffness of the mechanism

しい． $\phi = 0$  においては  $K_\phi = 0$  が実現されている．これより，高剛性材料のみにより構成した機構により大きな可変剛性特性，特に  $\phi = 0$  で零剛性を実現する機構が実現可能となった．

一方，式 (33) をある  $\phi$  周りでテイラー展開すると， $\delta\phi \ll 1$  として

$$\tau(\phi + \delta\phi) = \tau(\phi) + \frac{d\tau}{d\phi} \delta\phi + \frac{1}{2!} \frac{d^2\tau}{d\phi^2} \delta\phi^2 + \dots \quad (37)$$

となるので、 $K_\phi = 0$  となる  $\phi$  において、 $\tau$  の  $\phi$  による何階微分値までが零になるかが、よりなめらかな零剛性を実現するかに寄与する。本機構では  $\phi = 0$  において、 $\tau$  の  $\phi$  による 1 階微分値が零となって零剛性を実現する ( $K_\phi = 0$ ) だけでなく、2 階微分値

$$\frac{d^2\tau}{d\phi^2} = K_L \left( -r^2 \sin \phi + \frac{lr^2 \sin \phi}{L_\phi(\phi)} + \frac{3lr^4 \sin \phi \cos \phi}{L_\phi^3(\phi)} - \frac{3lr^6 \sin^3 \phi}{L_\phi^5(\phi)} \right) \quad (38)$$

まで零となる。これにより、なめらかな零剛性が実現されている。

さらに、この機構でリンク  $L$  にプリテンション  $T$  を施した場合を考える。このとき、式 (33) は

$$\tau(\phi) = K_L \left( r^2 \sin \phi - \frac{lr^2 \sin \phi}{L_\phi(\phi)} \right) + T \frac{r \sin \phi}{L_\phi(\phi)} \quad (39)$$

となり、その  $\phi$  での 1 階微分値、すなわち剛性係数は

$$K_\phi(\phi) = K_L \left( r^2 \cos \phi - \frac{lr^2 \cos \phi}{L_\phi(\phi)} + \frac{lr^4 \sin^2 \phi}{L_\phi^3(\phi)} \right) + T \left( \frac{r \cos \phi}{L_\phi(\phi)} - \frac{r^3 \sin^2 \phi}{L_\phi^3(\phi)} \right) \quad (40)$$

となるので、これは  $\phi = 0$  において零とはならず、Fig.6 のような剛性特性が得られる。すなわち、プリテンションによって  $\phi = 0$  での剛性を調整可能である。

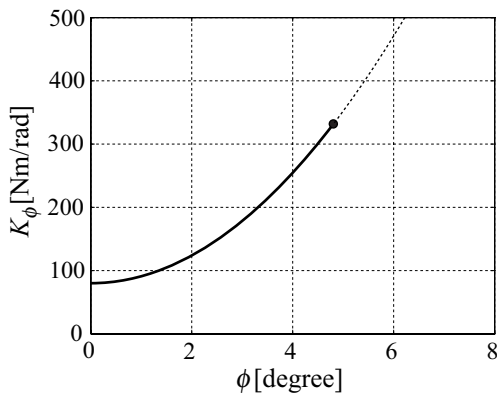


Fig.6 Stiffness of the mechanism with pretension  $T$

### 3.3 実験による剛性特性の検証

本機構の剛性特性を実験により求めた。機構の回転中心から 150[mm] の位置に 0.010~4.0[kg] までのおもりをつってテーブルの回転角  $\phi$  を測定した。また、リンク  $L$  を Fig.7 に示すスリットのないものとあるものの 2 種類を製作した。それぞれノーマルリンク、ばねリンクと呼ぶものとする。ばねリンクはリンク  $L$  の降伏点を大きくするためのものである。このとき計測し

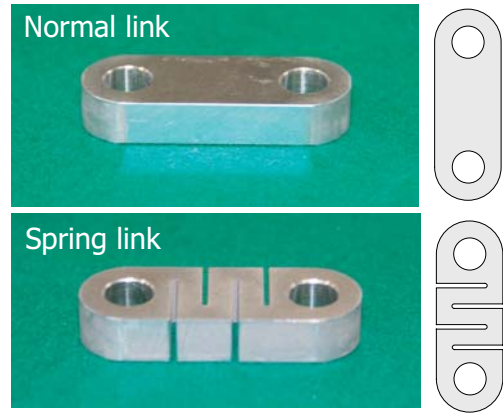


Fig.7 Designed link  $L$

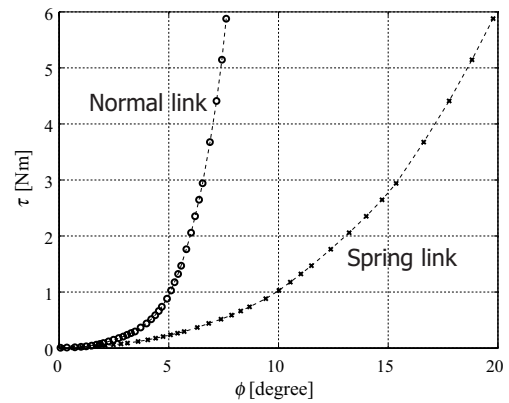


Fig.8 Torque  $\tau$  and rotation angle  $\phi$

たトルクと回転角の関係を Fig.8 に示す。

また、この結果に基づいて、それぞれノーマルリンクとばねリンクを取り付けた際の  $\phi$  と剛性の関係を Fig.9 と Fig.10 に示す。なお、リンクの長さ方向のばね定数  $K_L$  は有限要素法によって求めた。いずれも理論値より実験値が小さい値を示したが、これは実際にはリンク  $L$  以外の部分でもたわみが起こっているためと考えられる。また、ノーマルリンクにおいてその差が顕著であるが、これはノーマルリンクの剛性が高いために、機構のその他の部分でのたわみがばねリンクのときに比べて大きな影響を及ぼすためである。この結果から、 $\phi = 0$  での零剛性と  $\phi$  の変化に伴った剛性の大きな変化が実現されていることが分かる。

## 4. おわりに

本研究では構造的特異性を利用したトルク伝達機構を開発し、その特性解析を行った。その成果を以下に示す。

- 構造の特異性により、高剛性材料のみで零剛性を実現する機構を開発した。
- 開発した機構が非線形剛性特性を持ち、剛性が大きく変化することを理論的に示した。

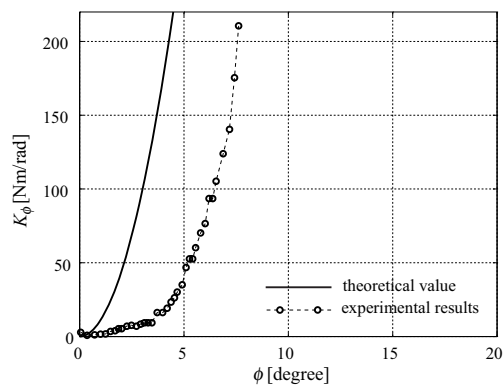


Fig.9 Stiffness of normal link

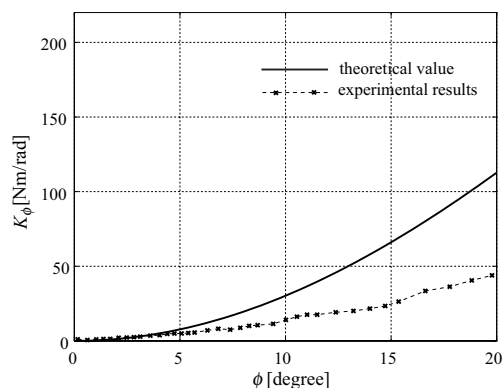


Fig.10 Stiffness of spring link

- 機構のリンクにプリテンションを施す機構を設計し、剛性特性の調節を実現した。
- 上記内容を実験によって検証した。

## 謝辞

本研究は文部科学省科学研究補助金若手研究(A)「力学的観点に立ったロボットの身体と知能の相互発達と運動の創発」の支援を受けた。

## 参考文献

- [1] N.Hogan : Impedance Control: An Approach to Manipulation: Part 1~3, ASME Journal of Dynamic Systems, Measurement and Control, Vol.107, pp.1-24, 1985.
- [2] T.Morita, N.Tomita, T.Ueda and S.Sugano : Development of Force-Controlled Robot Arm Using Mechanical Impedance Adjuster, Proc. of IEEE International Conference on Intelligent Robots and Systems, pp.1216-1221, 1999.
- [3] J.Yamaguchi, D.Nishino, A.Takanishi : Realization of Dynamic Biped Walking Varying Joint Stiffness Using Antagonistic Driven Joints, Proc. of the 1998 IEEE International Conference on Robotics and Automation, pp.2022-2029, 1998.