

実験結果との対話的手法によるロバスト補償器の設計法*

杉江 俊治**・岡田 昌史**

Iterative Robust Controller Design Based on Experimental Data*

Toshiharu SUGIE** and Masafumi OKADA***

This paper proposes an iterative design method of robust controllers which achieve robust stability as well as low sensitivity based on the experimental data. In this method we redesign the controller based on the knowledge of the plant modeling error which is obtained from the experiment. The effectiveness of the proposed method is shown by the experiment of positioning of a vibration system.

1. はじめに

制御系設計に際しての基本仕様としてロバスト安定化と低感度化がある。しかし、これらの間にはトレードオフの関係があるため¹⁾、これらの特性を決定する評価関数(周波数重みなど)の選定が重要な問題となる。そこで、モデル化誤差をいかに小さくし低感度化を図るかが制御系設計上の重要な鍵となる。ところが、モデル化誤差を正しく見積もることは難しい。そこで、例えば H^∞ 制御則などの手法により制御系の設計を行う場合には、設計者が実験の応答を見ながら評価関数を変更し、再び補償器を設計する繰り返しが必要となるが、その場合いかに変更を施すかという点において、試行錯誤的な要素が大きく含まれる。このため、これらの評価関数の変更を自動的に行える設計法が望まれる。

この問題に関連して従来より、実験によるシステム同定と補償器設計の反復によって理想の閉ループ系を実現する方法が提案されている^{2)~6)}。これらの方法は、実際の閉ループ系に目標となる閉ループ系の特性を持たせることで、その特性の改善を目指すものであり、プラントの特性を知るためには反復が必要であることも指摘されている⁷⁾。しかし一方では、これらの方法では閉ループ特性が所望のものに近づく収束性が期待できないことも

指摘されている⁸⁾。

そこで本研究では、収束性を考慮に入れこれら従来法とは異なる観点から、実験と補償器再設計の反復により、閉ループ特性の改善を図る一つの方法を提案する。提案手法では、従来のように制御対象のモデルを更新するのではなく、閉ループ系の応答誤差を減少させるように補償器を順次付加することにより、一定の条件のもとで収束性を保証するものである。

本文の構成を以下に述べる。まず、2. で設計法について従来法と提案する方法の概略を述べる。次に、3. で本手法の具体的な設計法を示し従来法と比較しながら考察を加える。その後、4. で数値例によって閉ループ特性の改善の様子を示しその有効性を検討する。最後に、5. で振動モードを有するシステムへ応用し実験を行うことによって本設計法の実用性を検証する。なお、本研究では簡単のため1入力1出力系を考察の対象とする。

2. 補償器の設計方針

2.1 設計目的

本研究の目的は、前述のようにプラントと補償器によって構成される実際の閉ループ系の特性を改善することにある。しかし、プラント P にはモデル P_m と比べて特性のわからない誤差が存在するため、直ちに上記の目的を達成することはできない。そこで、補償器の設計と実験との反復を行うことを考える。実験を行うことによってモデル化誤差の情報が得られれば、それを考慮に入れて新たな補償器を設計することにより、特性の改善が期待できるであろう。実験を行うにあたっては実験やデータ解析の容易性などから目標値 r を参照入力とし、プラ

* 原稿受付 1994年4月28日

** 京都大学 工学部 Division of Applied System Science, Kyoto University; Gokasho, Uji city, Kyoto 611, JAPAN

Key Words : robust control, iterative design, H^2 control, two-degree-of-freedom control system, experimental method.

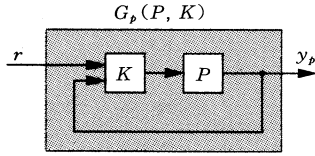


Fig. 1 Closed loop system

ント P の目標値応答 y_p の特性に注目する。この応答が設計者の定めた希望モデル G_m の応答と同じ特性を持つように補償器 K を設計することで、閉ループ特性の改善を目指す。そこで、Fig. 1 に示されるような閉ループ系 $G_p(P, K)$ に対して、

$$\|G_m - G_p(P, K)\|_2 \quad (1)$$

のような評価指標を定め、反復によってこれを最小にするような補償器 K の設計を行う。ここで、 H^2 ノルムに注目しているのは、 G_m と G_p の応答を考察の対象としていることによる。また、目標値としてはステップ目標値を考える。こうすることで応答の時間微分値をとることによりインパルス応答が実現でき、その解析が容易になる。

2.2 設計方針

2.2.1 従来法

従来は、モデルを用いて設計された評価関数の値 J^{des} と、実際の閉ループ系によって達成される評価関数の値 J^{ach} の間の関係を、それらの差 J^{pr} によって

$$J^{ach} = J^{des} + J^{pr} \quad (2)$$

とし、補償器設計によって J^{des} を、モデルの同定によって J^{pr} を小さくすることを繰り返すことで J^{ach} を最小にする補償器を設計することを目的としている⁹⁾。ここで、同定においてはプラントは閉ループ系の内部に存在するため一般に用いられている最小 2 乗法による同定法⁹⁾は用いることができない。そこで、実験結果から適当な周波数重みを選定し、それを用いて最小 2 乗法を適用する閉ループ同定法が提案されている^{2), 3)}。また、既約分解を用いた同定法の報告もなされている⁶⁾。しかし、この方法では J^{des} 、 J^{pr} 共に補償器とモデルの関数であるためその両方が更新されれば収束性に問題のあることが指摘されている。

2.2.2 提案する方法

本研究では収束性を考慮に入れ、モデルと補償器の両方が更新されることを避ける。また、制御対象を閉ループ系で扱い、モデルと実際の応答の差を閉ループ系の誤差として取り出し、これを打ち消す補償器を付け加えることで収束性を保つことを考える。なお、一定の条件のもとで収束性が保証されるように補償器の構造を工夫したが、そのことについては後述する。まず、いくつかの

仮定を設けておく。

【仮定 1】 目標となる閉ループ系 G_m が与えられている。

【仮定 2】 プラント P を安定化する補償器 K_0 が与えられている。

【仮定 3】 プラント P およびそのモデル P_m は不安定零点を有しない。

【仮定 4】 P の相対次数は既知である。

【仮定 5】 $\lim_{s \rightarrow 0} \{G_m(s) - G_p(s)\} = 0$ が成り立つ。

この仮定のもとで以下の方針によって補償器を設計する。

手順 1 実験を行う (目標値応答を調べる)。

手順 2 実験結果から閉ループ系 G_m と G_p の誤差 Δ を同定する。

手順 3 誤差 Δ を考慮にいれて、(1) 式の指標を小さくする補償器を閉ループ系に付け加える。

手順 4 手順 2 に戻り同様の手順を繰り返す。

ここで、**仮定 3, 4** は手順 2 の同定で FFT によるスペクトル解析法を用いることから設けた仮定である。また、**仮定 5** は目標値応答に位置偏差が生じることで正しい結果が得られなくなることを避けるための仮定であって、 K_0 に積分特性を持たせ、なおかつ $\lim_{s \rightarrow 0} G_m(s) = 1$ と選ぶことで満たすことができる。手順 3 については補償器の設計において同定された Δ には誤差が含まれることを考慮に入れ、また外乱に対してもその影響が速やかに除去されるように、ロバスト制御の観点から補償器の設計を行うが、そのことについては後述する。

3. 補償器の設計法

本節では、まず提案する設計手順を示した後、収束性についての考察を行う。

3.1 設計手順

前章の仮定により目標となる閉ループ系 G_m が与えられており、プラント P を安定化する補償器 K_0 が与えられているとする。なお、 K_0 は 2 自由度系によるモデルマッチング¹⁰⁾ によって公称値で $G_p(P_m, K_0) = G_m$ となるように設計したものである。この結果、補償器 K_0 の入力 P の出力 y と、目標値 r が存在するため

$$\begin{aligned} K_0 &= \begin{bmatrix} \frac{G_m}{P_m} + \hat{K}_0 G_m & -\hat{K}_0 \end{bmatrix} \\ &=: \begin{bmatrix} K_{01} & -K_{02} \end{bmatrix} \end{aligned} \quad (3)$$

とすると、

$$G_{p0}(P, K_0) = \frac{PK_{01}}{1 + PK_{02}} \quad (4)$$

となる。なお、 \hat{K}_0 は P , P_m の両方を内部安定化する補償器であり、 K_0 への入力は $[r \ y]^T$ とした。

次に補償器の設計手順を示す。なお、以下では i 回目の反復によって設計された補償器 K_i とプラント P によって構成される閉ループ系に $G_{p_i}(P, K_i)$ の記号を用いる。

Step 1 実験結果より G_m と G_{p0} の乗法的誤差 Δ を同定する。

実験結果からスペクトル解析法¹⁾を用いて次式のような G_m に対する G_{p0} の乗法的誤差 Δ を同定する。

$$G_{p0} = (1 + \Delta) G_m \quad (5)$$

G_m , G_{p0} のステップ応答を y_m, y_{p0} とし、その時間微分値をそれぞれ \dot{y}_m, \dot{y}_{p0} とすると、

$$\dot{y}_{p0} - \dot{y}_m = \Delta \dot{y}_m \quad (6)$$

の関係が成り立つことから $(\dot{y}_{p0} - \dot{y}_m)$, \dot{y}_m の相互相関関数を ϕ_{uy} , \dot{y}_m の自己相関関数を ϕ_{uu} とし、それぞれにフーリエ変換を施したものを Φ_{uy} , Φ_{uu} とすると

$$\frac{\Phi_{uy}(\omega)}{\Phi_{uu}(\omega)} \quad (7)$$

が求める誤差となる。しかし、時系列データから求めた(7)式は誤差が含まれるため、 Δ は(7)式を上から覆うプロパーな関数で定める。

Step 2 閉ループ系 G_{p0} を G_m に近づける補償器 K'_1 を設計する。

G_{p0} を G_m に近づけるためには Fig. 2 のような閉ループ系を考える。このようにすると閉ループ系における目標値 r とプラントの入力端に入る外乱 w_i , 出力端に入る外乱 w_o から y_{p0}, y_m への伝達関数は、

$$y_m = \frac{G_m(1+2G_{p0}K'_1)}{1+(G_m+G_{p0})K'_1} r + \frac{G_m K'_1}{1+(G_m+G_{p0})K'_1} \cdot \frac{Pw_i+w_o}{1+PK_{02}} \quad (8)$$

$$y_{p0} = \frac{G_{p0}(1+2G_m K'_1)}{1+(G_m+G_{p0})K'_1} r + \frac{1+G_m K'_1}{1+(G_m+G_{p0})K'_1} \cdot \frac{Pw_i+w_o}{1+PK_{02}} \quad (9)$$

となり $K'_1 \rightarrow \infty$ とすることで

$$y_m = y_{p0} = \frac{2G_m PK_{02} r + G_m Pw_i + G_m w_o}{G_m(1+PK_{02}) + PK_{01}} = \frac{2G_{p0}G_m}{G_m+G_{p0}} r + \frac{G_m}{G_m+G_{p0}} \cdot \frac{Pw_i+w_o}{1+PK_{02}} \quad (10)$$

となる。このように r に対して y_{p0}, y_m は両者の中間的な応答となり、 w_i, w_o の影響は単純に $G_m \approx G_{p0}$ と考

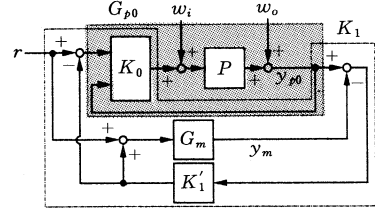


Fig. 2 Closed loop system for improvement of G_{p0}

えて約1/2に軽減される。ここで、 G_m と G_{p0} に対して K'_1 の出力が正負逆転して入力されているが、これは G_m に G_{p0} のオブザーバの役割を果たさせると同時に G_{p0} に G_m のオブザーバの役割を果たさせるという考えによるものである。より概念的に言えば、もし y_{p0} が y_m より正の方向に大きな値をとったとすれば、 K'_1 は y_{p0} を負の方向に移動させる入力をもたらす、それと同時に y_m は正の方向に移動する。結果として、 $y_{p0} = y_m$ となりしかも両者の中間的な値に落ち着くことが期待できる。なお、Fig. 2 の K_1 は補償器 K'_1 を用いた場合の実際の補償器を表わしている。

ところが、実際には Δ の影響により K'_1 のゲインを大きくすることは安定性の面からあまり望ましくない。そこで、 K'_1 は Fig. 3 の一般化制御対象から設計する。この一般化制御対象は w から z_1 までの伝達関数のノルムを小さくすることによって、(5)式で表される乗法的誤差 Δ に対するロバスト安定性を評価しており、 w から z_2 までの伝達関数のノルムを小さくすることにより(1)式の評価指標を減少させることを目指している。つまり、 G_m と G_{p0} の誤差が現れたときに、 K'_1 によってそれを打ち消すことを目的としている。このことから、 w から z_2 までの伝達関数は H^2 ノルムで評価し、 w から z_1 までの伝達関数は H^∞ ノルムで評価するのが最適であろうが、そのような補償器を求めることは現状では困難であるため、ここでは前者を重要視して H^2 ノルムで評価を行う。また、ここで用いている Φ は G_m と G_{p0} の誤差が現れる帯域に大きな重みがつくように定めた周波数重みであり、 $(\dot{y}_{p0} - \dot{y}_m)$ の自己相関関数 ϕ_{yy} にフーリエ変

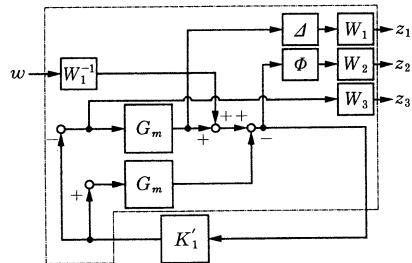


Fig. 3 Generalized control system

換を施した関数 Φ_{yy} を用いて,

$$\Phi = \Phi_{yy} \quad (11)$$

とする。また、 W_1 は補償器の保守性を緩和するためのスケーリング行列、 W_2 は z_1 と z_2 への重み、 W_3 は H^2 制御則の標準的仮定¹²⁾ を満たすための定数行列である。

Step 3 実際の補償器 K_1 を求める (Fig. 2 を参照)。

Fig. 2 より、実際の補償器 K_1 は

$$K_1 = \begin{bmatrix} \frac{K_{01}(1+2G_m K'_1)}{1+G_m K'_1} \\ -\frac{K_{02}(1+G_m K'_1)+K_{01}K'_1}{1+G_m K'_1} \end{bmatrix}^T \quad (12)$$

となり、 K_1 と P によって構成される閉ループ系 G_{p1} は、

$$G_{p1}(P, K_1) = \frac{PK_{11}}{1+PK_{12}} \quad (13)$$

(ただし $K_1 = [K_{11} \quad -K_{12}]$ とした)

となる。

Step 4 補償器 K_1 を低次元化することで、次数の小さい補償器 K_{1r} を求める。

この手法を用いると補償器 K_1 の次数は

$$K_1 \text{ の次数} = G_m \text{ の次数} \times 3 + K_0 \text{ の次数} \\ + \Phi \text{ の次数} + \Delta \text{ の次数} \quad (14)$$

となり、非常に大きくなる。そこで、 K_1 を低次元化することで次数の小さな補償器 K_{1r} を得る。その手法については K_1 の既約分解に基づく方法¹³⁾ を用いる。また、平衡実現に際しては閉ループ特性を考慮した周波数重みつきの方法¹⁴⁾ を採用する。

Step 4.1 K_1 を積分要素 K_{1s} とそれ以外の要素 \bar{K}_{1s} に分ける。

2. の仮定 5 が満たされにくくなることを避け、補償器の積分要素を低次元化の対象から除外することによりその特性を保存する。

Step 4.2 \bar{K}_{1s} を正規化左既約分解する。

\bar{K}_{1s} をプロパーな関数 \tilde{N}_{1s} 、 \tilde{M}_{1s} ($\in RH^\infty$) を用いて、

$$\bar{K}_{1s}(s) = \tilde{M}_{1s}^{-1}(s) \tilde{N}_{1s}(s) \quad (15)$$

の形に正規化左既約分解¹⁵⁾ する。

Step 4.3 $[\tilde{N}_{1s}(s) \quad \tilde{M}_{1s}(s)]$ の、入力側に周波数重みを結合させ、それに対して平衡実現を行い低次元化を行う。

ここで、 $[\tilde{N}_{1s}(s) \quad \tilde{M}_{1s}(s)]$ には三つの入力が存在するため、それぞれに W_{N1} 、 W_{N2} 、 W_M の周波数重みを用い、その選定に関しては以下の考察より決定する。

(i) W_{N1} に関して

Fig. 4 において、 Δ_{N1} が小さくなるように低次元化が

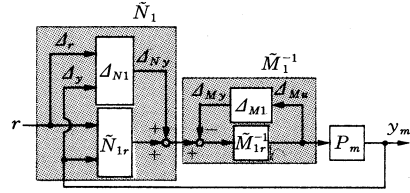


Fig. 4 Closed loop system for controller reduction

行えることが望ましい。ただし、 Δ_{N1} は $K_1 = \tilde{M}_{1s}^{-1} \tilde{N}_{1s}$ が $K_{1r} = \tilde{M}_{1r}^{-1} \tilde{N}_{1r}$ に低次元化されたときに生じる \tilde{N}_{1s} と \tilde{N}_{1r} の加法的誤差である。つまり、次式のような値

$$\|(\tilde{N}_{1s} - \tilde{N}_{1r})W_{N1}\|_\infty \quad (16)$$

が小さくなることが望ましく、この場合 W_{N1} には Δ_{Ny} から Δ_y への伝達関数、すなわち

$$W_{N1} = \frac{P_m \tilde{M}^{-1}}{1 - \tilde{N}_{1s} P_m \tilde{M}^{-1}} \quad (17)$$

を選ぶことによって良い結果が得られることが知られている¹⁴⁾。

(ii) W_M に関して

W_{N1} と同様の考察から W_M は Δ_{My} から Δ_{Mu} への閉ループ系における伝達関数を選ぶ。つまり、

$$W_M = \frac{\tilde{M}^{-1}}{1 - \tilde{N}_{1s} P_m \tilde{M}^{-1}} \quad (18)$$

とする。

(iii) W_{N2} に関して

上記と同様の考察を行うと、 Δ_{Ny} から Δ_r への伝達関数は存在しない。そこで開ループ系における低次元化を考え、 W_{N2} は定数で選ぶ。なお、低次元化の方法については付録 1 を参照されたい¹³⁾。

Step 4.4 低次元化された補償器 \tilde{K}_{1sr} と積分要素 K_{1s} の結合により K_1 の平衡実現 K_{1r} を求める。

Step 5 $G_{p0}(P, K_0)$ を $G_{p1}(P, K_{1r})$ に置き換えて、応答が許容される特性になるまで同様の手順を繰り返す。

3.2 設計法に対する考察

前述のように従来法では、反復の度に補償器だけでなく制御対象のモデルも変更されるため、その収束性を保証することが難しいという欠点がある。本研究の方法においては K'_1 が非常に大きいときには (10) 式の系で近似されるので、(1) 式の評価指標は反復により

$$\|G_m - G_{pi+1}\|_2^2 = \left\| G_m - \frac{2G_m G_{pi}}{G_m + G_{pi}} \right\|_2^2 \\ = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} \left[\frac{(G_m - G_{pi})(G_m^* - G_{pi}^*)}{(2 + \Delta_i)(2 + \Delta_i^*)} \right] d\omega \quad (19)$$

となり、 i 回目の反復によって得られる閉ループ系の誤差 $\Delta_i (G_{pi} = (1 + \Delta_i) G_m)$ が、

$$|2 + \Delta_i(j\omega)| > 0, \forall \omega \quad (20)$$

を満たす場合には、

$$\|G_m - G_{pi+1}\|_2 < \|G_m - G_{pi}\|_2 \quad (21)$$

となり評価指標の減少が保証される。なお、 $K'_1 \rightarrow \infty$ とならない場合にも、(8) 式、(9) 式から $1 \ll G_m K'_1$ が満たされれば、同様の考察が行える。同様に外乱除去についても(10) 式から同等の条件が導ける。また、本研究においては同定誤差があることを予想し、乗法的誤差 Δ は実験から求められた結果を上から覆う関数を用いるため、同定誤差に対しても強い補償器が設計されることが期待できる。

4. 数値例

つきに、数値例によって本研究における手法の具体的な計算法を示しその有効性を検証した後、閉ループ特性の変化の様子などについて考察を加える。

4.1 補償器の設計

(22) 式のように表わせるプラント P に対して (23) 式のようなモデル P_m が与えられたとする。

$$P = \frac{2278(s+40)^2}{(s-5)(s+20)^2(s+10+30j)(s+10-30j)} \quad (22)$$

$$P_m = \frac{2250}{(s-4)(s+15)(s+20)} \quad (23)$$

実際には P の特性は未知でそのモデル P_m だけが与えられるが、ここでは閉ループ特性などの考察を行うため P をこのように定めた。 P には P_m にはない振動極が存在する。また、目標となる閉ループ系 G_m を

$$G_m = \frac{80^3}{(s+80)^3} \quad (24)$$

とした。さらに、 P を安定化する 4 次の補償器 K_0 が与えられている。以下の手順では、反復による i 番目の補償器 K_i によって $G_{pi}(P, K_i)$ を G_m に近づけ、閉ループ特性の改善を目指す。

Step 1 G_m, G_{p0} のステップ応答の時系列データから乗法的誤差を同定し、上から覆う安定でプロパーな関数で近似することにより Δ を得る。結果は次式のようになった。

$$\Delta = \frac{1.20(s+1.57)(s+56.9)}{(s+1.30+34.2j)(s+1.30-34.2j)} \quad (25)$$

Step 2 Fig. 2 の一般化制御対象から補償器 K'_1 を設計

する。なお、 W_1, W_2, W_3 は以下のように定めた。

$$W_1 = 1, W_2 = 1000, W_3 = 1 \quad (26)$$

また、 Φ は

$$\Phi = \frac{6.00 \times 10^4}{(s+61.3)(s+1.48+34.5j)(s+1.48-34.5j)} \quad (27)$$

となった。

Step 3, 4 実際の補償器 K_1 を求めそれを低次元化することで K_{1r} を求める。3. の低次元化の方法により 18 次の K_1 を 6 次の K_{1r} に低次元化した。

Step 5 同様の手順を行うことで補償器 K_{2r} を求めた。なお、 K_{2r} の次数は 9 次となった。

4.2 考察

この設計手順における G_{p0}, G_{p1}, G_{p2} のステップ応答を Fig. 5 に示す。また、各反復によって達成される (1) 式の値を Table 1 に示す。この設計法によって G_{pi} の応答が反復によって G_m に近づいたことが明らかである。なお、各ステップにおいて同定された Δ は (20) 式の収束条件を満たしていることを確認している。 G_{p0}, G_{p2} および G_m のゲイン特性を Fig. 6 に示す。 G_{p0} は G_m に比べ振動的なモードを有しているが、反復によってその振動成分が減少している。さらに、プラントの出力端にステップ外乱を入力した場合の G_{p0}, G_{p2} の応答を Fig. 7 に示す。ただし、この場合は目標値 r を 0 とし、フィードバック補償器の特性のみを考慮の対象としている。こ

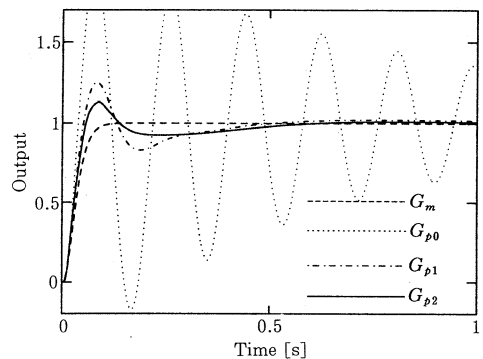


Fig. 5 Step response ($G_m, G_{p0}, G_{p1}, G_{p2}$: simulation)

Table 1 Achieved H^2 norm

Number of Iteration	1	2	3
Achieved H^2 norm $\ G_m - G_{pi}\ _2$	17.7743	2.1031	1.3102

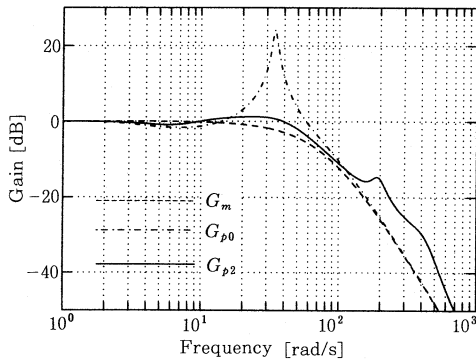


Fig. 6 Gain of closed loop system

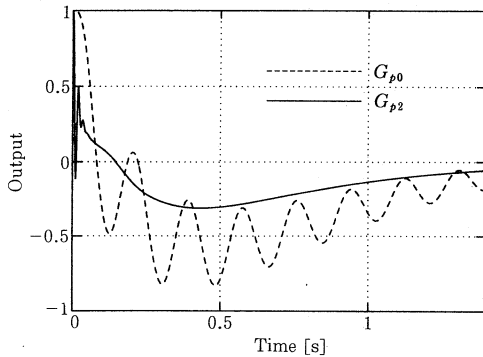


Fig. 7 Disturbance rejection (simulation)

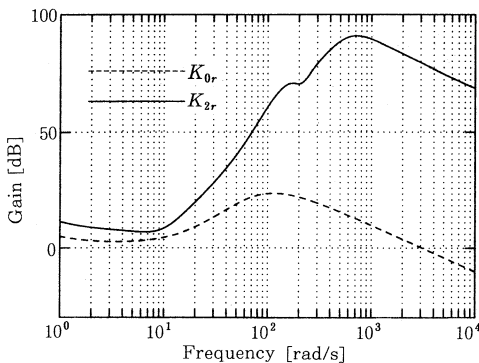


Fig. 8 Gain of feedback controller

の図から反復によって低感度化が達成される補償器が設計できたことがうかがえる。また、補償器 K_0 , K_{2r} のフィードバック要素のゲイン特性を Fig. 8 に示す。この図から反復によって P の振動成分が打ち消されるように、ある特定の周波数帯でゲインがあがっている様子が分かる。これらのことは提案した設計法の有効性を示している。

5. 振動系への応用

次に前述の設計法を振動モードを有する実験装置に応用することでこの設計法の実用性を確かめる。

5.1 実験装置の概略

ここで使用した実験装置の概略図を Fig. 9 に示す。この装置はモータと大きな慣性モーメントを有する円盤がバネで結合されており、モータの出力するトルクによって円盤の回転角を制御するものであって、バネの剛性により振動モードを有する。この系に対して入力をもータのトルク、出力を円盤の回転角とし、運動方程式をたて状態空間表現を求めると次式のようにになる。

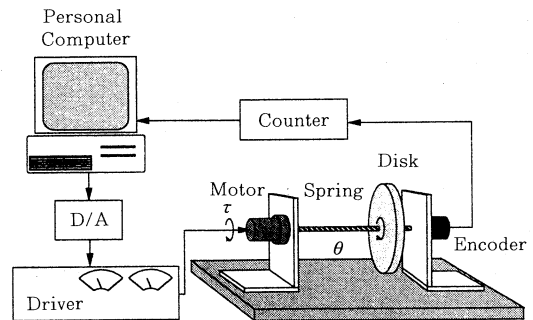


Fig. 9 Configuration of the experimental system

$$\dot{x} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ -\frac{K}{I} & -\frac{D_2}{I} & \frac{K}{I} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ \frac{K}{J} & 0 & -\frac{K}{J} & -\frac{D_1}{J} \end{bmatrix} x + \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ \frac{1}{J} \end{bmatrix} \tau \quad (28)$$

$$y = [1 \ 0 \ 0 \ 0] x \quad (29)$$

なお、ここで用いたパラメータおよびその値は以下のようである。

$$x = [\theta \ \dot{\theta} \ \phi \ \dot{\phi}]^T$$

(ただし、 θ : 円盤の回転角、 ϕ : モータの回転角)

τ : モータの出力するトルク [N・m]

K : バネのバネ定数 (10.0 [N・m/rad])

I : 円盤の慣性モーメント (6.826×10^{-3} [kg・m²])

J : モータの慣性モーメント (4.436×10^{-3} [kg・m²])

D_1 : モータの粘性摩擦係数 (0.140 [N・m・s/rad])

D_2 : 円盤の粘性摩擦係数 (1.0×10^{-4} [N・m・s/rad])

これらの値については実測や簡単な同定実験、モータ

などの仕様から定めた。I については円盤の直径、質量を実測することで容易に求めることができる。J についてはモータなどの仕様をもとに計算によって求めた。D₁ についてはモータを

$$\phi = \frac{1}{J} \frac{1}{s(s + \frac{D_1}{J})} \tau \quad (30)$$

と2次系で表わし、ステップ応答が実験結果と等しくなるように D₁ の値を求めた。D₂ は円盤の慣性モーメントを大きくとることでその影響が無視できるようになることから小さな値を用いた。バネ定数については、振動モードが陽に現れるように柔らかい板バネを用いたため形の歪みなどの影響から計算によって正しい値を求めることは難しい。そこで、モータ側の回転を固定し円盤を振動させ、その周期を測定することでおよその値を求めた。これらの値を用いると、この系の伝達関数は

$$y = \frac{3.30 \times 10^5}{s(s+13.3)(s+9.13+58.2j)(s+9.13-58.2j)} \tau \quad (31)$$

となり、振動モードを持った4次系であることがわかる。なお、モータのクローン摩擦項などの非線形項は無視し線形なシステムとしてモデル化した。

この系はモータを用いて回転軸を制御する系として一般的であり、その用途は広い。ここでは円盤の回転角を制御することに重点をおき、モータの挙動は無視して円盤の回転角のみ検出している。また、バネはモデル化誤差やそのほかの外乱の影響が現れやすいように柔らかいものを用いており、上記のパラメータに対しても本研究の目的に合致するよう、特別な同定理論は使用せず、最も簡単な方法でその値を求めた。なお、モータは定格出力が100 [W] のものを用い、1:11 の減速器を取り付けることにより静止状態で最大 6.70 [N・m] のトルクを出力することができる。円盤の回転角の検出にはエンコーダを用いその分解能は12,000 (パルス/周) である。また、サンプリングタイムは1 [ms] とした。計算に用いたパーソナルコンピュータは32 bit、動作クロック60 MHz 相当のものであり、カウンタ、D/A 変換器はそれぞれ24 bit、12 bit のものを用いた。

以下では、この系の制御において前述の設計法を適用することで望ましい閉ループ系を設計することを試みる。

5.2 補償器の設計

ここでは、目標となる閉ループ系 G_m を次式のように定めた。

$$G_m = \frac{60^4}{(s+60)^4} \quad (32)$$

また、(31) 式で表わされる系をモデル P_m とし、P を安定化する8次の補償器 K₀ を設計した。

Step 1 実験の時系列データからスペクトル解析法によって A を同定した。結果は次式のようなものである。

$$A = \frac{1.5(s+10.2)^2}{(s+1.13+33.1j)(s+1.13-33.1j)} \quad (33)$$

Step 2 Fig. 3 の一般化制御対象により補償器 K'₁ を設計した。このとき W₁, W₂, W₃ の値は以下のよう定めた。

$$W_1 = 0.001, W_2 = 1000, W_3 = 0.1 \quad (34)$$

また、Φ は次式のようにした。

$$\Phi = \frac{207(s+20.7)^2}{(s+1.13+33.3j)(s+1.13-33.3j)} \quad (35)$$

Step 3, 4 G_m および K₀, K'₁ から実際の補償器 K₁ を設計した。なお、K₁ の次数は24次となり、これを低次元化することで9次の補償器 K_{1r} が得られた。

Step 5 同様の手順を繰り返すことによって13次の補償器 K_{2r} を得た。

5.3 考察

4. と同様にこの設計手順における G_m, G_{p0}, G_{p2} の目標値応答を Fig. 10 に示す。ただし、目標値 r は 30° とした。この図から反復によって G_{p0} の振動成分が消滅していることが理解できる。また、(33) 式の A は (20) 式の収束条件を満たしている。すなわち、この条件は簡単な同定法によるモデルから設計した補償器を用いても容易に満たすことのできる条件であることが分かる。また、この後反復を繰り返しても応答の改善は見られなかった。これは、すでに K_{2r} のゲインがハード面での制約の限界に達していることによると思われる。このように、ハード面での限界があっても応答はある一定の特性に収束す

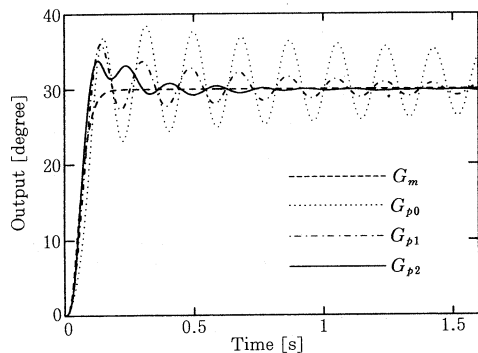


Fig. 10 Step response (G_m, G_{p0}, G_{p1}, G_{p2}: experiment)

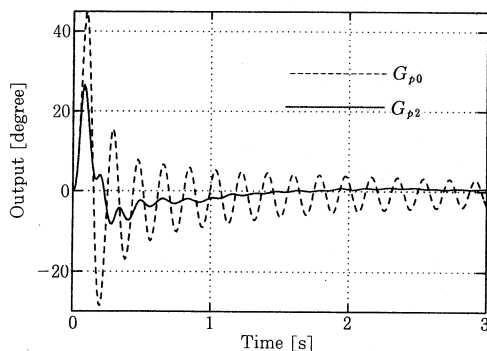


Fig. 11 Disturbance rejection (experiment)

ると考えられる。

つぎに、プラントの入力端に0.2秒間6.7[N・m]の外乱を入力した場合の G_{p0} , G_{p2} の応答をFig. 11に示す。ここでは、目標値は0とし、フィードバック補償器の特性のみを考慮の対象とした。この図から反復によって低感度化が達成される補償器が設計できたことが理解できる。また、このシステムのパラメータ同定には極めて容易な方法を用いているためモデル化誤差は大きいことが予想される。しかし、本研究の手法を用いることでそのようなプラントに対しても低感度化が達成されるような補償器が設計でき、なおかつ目標値応答も改善された。

また、 G_{p0} において現れる振動モードは、このシステムの共振周波数とは一致しない。これは、モータの側の静止摩擦による非線形項の影響と思われる、このモードはモータ側の零点のモードと一致している。すなわち、線形のモデルからこのモードを推定することは難しく、直ちに K_{2r} を求めることはほぼ不可能であるが、本研究における設計法ではこの振動を閉ループ系の誤差として同定し、これを打ち消すような補償器を設計するため、このような K_{2r} を設計することが可能となる。このことから本設計法の有効性が理解できるであろう。

6. おわりに

本論文では、実験と補償器再設計の反復により、閉ループ特性の改善を自動的に図る一つの方法を提案した。また、本反復手法の収束性に関して考察し、これが保証されるための一つの十分条件を導いた。そして、数値例を用いて閉ループ特性改善の具体的な様子を示すことにより提案手法の有効性を示した。さらに、振動モードを有する位置決め系に本手法を適用し、実験によりその実用性を検証した。

参 考 文 献

- 1) 木村：LQG から H_∞ ；計測と制御，Vol. 29, No. 2, pp. 1~9 (1990)
- 2) Z. Zang, R. R. Bitmead and M. Gevers: H_2 Iterative Model Refinement and Control Robustness Enhancement; Proc. of 30th IEEE CDC, pp. 279~284 (1991)
- 3) Z. Zang, R. R. Bitmead and M. Gevers: Disturbance Rejection: On-Line Refinement of Controllers by Closed Loop Modeling; Proc. of '92 ACC, pp. 2829~2833 (1992)
- 4) D. E. Rivera, J. F. Pollard, L. E. Stermann and C. E. Garcia: An Industrial Perspective on Control-Relevant Identification; Proc. of '92 ACC, pp. 2406~2410 (1992)
- 5) W. S. Lee, B. D. O. Anderson, R. L. Kosut and I. M. Y. Mareels: On Adaptive Robust Control and Control-Relevant System Identification; Proc. of '92 ACC, pp. 2834~2841 (1992)
- 6) R. J. P. Schrama and Paul M. J. Van den Hof: An Iterative Scheme for Identification and Control Design Based on Coprime Factorization; Proc. of '92 ACC, pp. 2842~2846 (1992)
- 7) R. J. P. Schrama: Accurate Identification for Control: Necessity of an Iterative Scheme; IEEE Transaction on Automatic Control, Vol. AC-37, No. 7, pp. 991~994 (1992)
- 8) M. Gevers (H. L. Trentelman and J. C. Willems (eds.)): Towards a Joint Design of Identification and Control?, Essays on Control, Birkhäuser pp. 111~151 (1993)
- 9) 足立：ユーザのためのシステム同定理論，計測自動制御学会 (1993)
- 10) 前田，杉江（システム制御情報学会（編））：アドバンスド制御のためのシステム制御理論；システム制御情報ライブラリー3，朝倉書店 (1990)
- 11) 相良，秋月，中溝，片山：システム同定，計測自動制御学会 (1981)
- 12) K. Glover and J. C. Doyle (H. Nijmeijer, J. M. Schumacher (eds.)): A State Space Approach to H_∞ Optimal Control; Three Decades of Mathematical System Theory, Springer-Verlag, pp. 179~218 (1989)
- 13) B. D. O. Anderson and Y. Liu: Controller Reduction: Concepts and Approaches; IEEE Transaction on Automatic Control, Vol. AC-34, No. 8, pp. 802~812 (1989)
- 14) D. F. Enns: Model Reduction with Balanced Realization: An Error Bound and a Frequency Weighted Generation; Proc. 23rd CDC, pp. 127~132 (1984)
- 15) M. Vidyasagar: Control System Synthesis: A Factorization Approach, MIT Press (1985)

付 録

付録1 周波数重み付き平衡実現 低次元化の対象となるシステムを

$$G = \begin{bmatrix} A & B \\ C & 0 \end{bmatrix} \quad (A: \text{安定}) \quad (\text{A1})$$

とし、入力側の周波数重みを

$$W = \begin{bmatrix} A_w & B_w \\ C_w & D_w \end{bmatrix} \quad (\text{A2})$$

とするとき、 \hat{A} , \hat{B} を

$$\hat{A} = \begin{bmatrix} A & BC_w \\ 0 & A_w \end{bmatrix}, \quad \hat{B} = \begin{bmatrix} BD_w \\ B_w \end{bmatrix} \quad (\text{A } 3)$$

とおき、Lyapunov 方程式

$$\hat{A}\hat{U} + \hat{U}\hat{A}^T + \hat{B}\hat{B}^T = 0 \quad (\text{A } 4)$$

の解を

$$\hat{U} = \begin{bmatrix} U & U_{21}^T \\ U_{21} & U_{22} \end{bmatrix} \quad (\text{A } 5)$$

とする。このとき U はもとのシステムに対する周波数重み付き可制御グラム行列であるとみなせる。また、ここでは出力側には周波数重みを用いないため可観測グラム行列については次の Lyapunov 方程式

$$A^T Y + Y A + C^T C = 0 \quad (\text{A } 6)$$

を満たす Y を用いればよいが、周波数重みを用いた場合には可制御グラム行列と同様の考察を行うことができる。

つぎに、この U, Y を

$$U = R_c R_c^T \quad (\text{A } 7)$$

$$Y = R_o R_o^T \quad (\text{A } 8)$$

の形に Cholesky 分解し、

$$G = \left[\begin{array}{c|c} A & B \\ \hline C & 0 \end{array} \right] = \left[\begin{array}{c|c} T^{-1}AT & T^{-1}B \\ \hline CT & 0 \end{array} \right] \quad (\text{A } 9)$$

となる変換行列 T を

$$T = R_c V A^{-1/2} \quad (\text{A } 10)$$

から求める。ただし、 V, A は次の特異値分解

$$R_o^T R_c = U A V^T \quad (\text{A } 11)$$

を満たすものである。このとき、

$$G = \left[\begin{array}{c|c} T^{-1}AT & T^{-1}B \\ \hline CT & 0 \end{array} \right] = \left[\begin{array}{cc|c} A_{11} & A_{12} & B_1 \\ \hline A_{21} & A_{22} & B_2 \\ \hline C_1 & C_2 & 0 \end{array} \right]$$

$$A_{11} \in \mathbf{R}^{m \times m} \quad (\text{A } 12)$$

とすると、 G の m 次元低次元化システム G_r は、

$$G_r = \left[\begin{array}{c|c} A_{11} & B_1 \\ \hline C_1 & 0 \end{array} \right] \quad (\text{A } 13)$$

で与えられる。