

既知情報を用いた部分空間同定法*

岡田 昌史**・杉江 俊治**

Subspace State Space System Identification using Prior Knowledge *

Masafumi OKADA** and Toshiharu SUGIE**

In this paper, we propose a subspace state space system identification method using prior knowledge. In this method, we give an algorithm to identify the partial state which corresponds to unknown modes of the system. This scheme is effective when some system poles cannot be identified because of the measurement noise or a high gain feedback controller. The effectiveness of the proposed method is evaluated by numerical examples including the comparison with the conventional 4SID method.

1. はじめに

近年, システム同定の手法として状態空間モデルを直接同定する 4SID 法 (Subspace State-Space System Identification) が提案されている^{1),2)}. この方法は, 従来の予測誤差法とは異なり, 非線形最適化手法などの多大な計算を行わないこと, また, 計算には QR 分解, 特異値分解を主に行うことから, 計算量は少なく数値的にも安定な同定法となっている. さらに, 多入出力システムや閉ループ同定への応用が可能であるなどの利点も有し, これに関する研究が数多く報告されている³⁾⁻⁷⁾. しかし, 得られる状態空間モデルは元のシステムと等価ではあるもののその状態変数の構造に意味をもたないという特性を持ち, ノイズに対して敏感であり小さなノイズに対しても正しい結果が得られにくいといった問題点もある.

ところで, 一般に同定対象となるシステムはその物理モデルを考えることで, たとえば極の一部が既知の場合が多い. このときはその既知の情報を用いて同定を行うことにより, より正しい結果が得られることが予想される. また, これによりノイズによって同定できないモード, フィードバック補償器によって打ち消されてしまったモードに関しては物理モデルの情報を用いることで, 前

述した 4SID 法の問題点も緩和できるものと思われる. しかし, 従来の 4SID 法ではモデルの状態変数には意味を持たないため既知の情報を用いることは難しい.

そこで本論文では, 4SID 法に一部構造的な意味をもたせ, 既知の情報を組み込むことが可能となるような方法を提案する. この方法では同定対象の極の一部が既知である場合を想定し, 未知の部分のみを同定することを目的とし, この情報を 4SID 法の枠組みにあてはまるような入出力関係を導出して同定を行う. これにより, ノイズによって同定できないモードの一部を既知の情報によって代用し, モデルの中に保存することが可能となる.

なお, 本論文中では行列の表記につきの形式を用いる. たとえば, $A(i:j,k:l)$ は行列 A の i 行から j 行, k 列から l 列によって構成される部分行列であり, $A(i:j,:)$ は A の i 行から j 行によって構成される部分行列であるとする. また, A^\perp は $A(A^\perp)^T = 0$, $A^\perp(A^\perp)^T > 0$ を満たす最大ランクの行列を表す.

2. 問題設定

本論文では, つぎの 1 入力 l 出力, n 次の可制御可観測なプラント P の同定問題を考える.

$$P: \begin{cases} x_{k+1} = A_p x_k + B_p u_k \\ y_k = C_p x_k + D u_k + w_k \end{cases} \quad (1)$$

ここで, u_k は入力, y_k は出力, w_k は平均 0 分散 σ^2 の白色ノイズであり, u_k と w_k は相関を持たないものとす

* 原稿受付 1996 年 1 月 11 日

** 京都大学 大学院 工学研究科 Faculty of Engineering, Kyoto University; Uji, Kyoto 611, JAPAN

Key Words: system identification, 4SID, prior knowledge.

る。また、 P の極のうち $m (< n)$ 個が既知とする。このとき、一般性を失うことなく、(1) 式のシステムは

$$A_p := \left[\begin{array}{c|c} A_{11} & 0 \\ \hline A_{21} & A_{22} \end{array} \right], \quad B_p := \left[\begin{array}{c} B_1 \\ B_2 \end{array} \right] \quad (2)$$

$$C_p := \left[C_1 \mid C_2 \right], \quad x_k := \begin{bmatrix} x_k^1 \\ x_k^2 \end{bmatrix}, \quad x_k^1 \in \mathbf{R}^m \quad (3)$$

と分割可能であり、さらに P の可制御性から A_{11}, B_1 は

$$A_{11} = \begin{bmatrix} a_1 & 1 & 0 & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ a_{m-1} & 0 & 0 & \cdots & 1 \\ a_m & 0 & 0 & \cdots & 0 \end{bmatrix}, \quad B_1 = \begin{bmatrix} 0 \\ \vdots \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix} \quad (4)$$

となる正準形の構造を持つ既知の行列で表すことができる。また、 $x_k^1 (k=1, 2, \dots)$ は既知とする。

(注意1) A_{11}, B_1 および入力 u_k, x_k^1 が既知ならば x_k^2 はシミュレーションなどによって得られる。

(注意2) 同定すべきパラメータは $A_{21}, A_{22}, C_p, B_2, D$ となる。

3. 同定法

本節ではつぎの例題を考えることで4SID法の問題点を明確化し、その後、提案する同定法を述べ、同じ例題によって比較を行う。

【例題】 連続時間領域でつぎの伝達関数によって表されるシステム $P(s)$

$$P(s) = \frac{30(s+1.5)(s+2)}{(s+1)^2(s+3)(s+5)(s+6)} \quad (5)$$

をサンプリングタイム $T_s = 0.01[s]$ で Z 変換したシステム $P[z]$ の同定問題を考える。ただし、 -1 の極が一つと -5 の極が既知とする。また、同定実験では入力として振幅1のM系列信号を用い、データは300[個]用いる。さらに、出力端には最大振幅 2.5×10^{-3} の白色信号が観測ノイズとして加わるものとする。

3.1 4SID法³⁾

まず、従来の4SID法によって同定を行う。通常の4SID法ではシステムの極の一部が既知であってもこの情報を用いることができず、入出力データ y_k, u_k から直接モデルを求める。まず、アルゴリズムを簡単に説明する。はじめに、次式の行列を定義する。

$$Y_p := \begin{bmatrix} y_1 & y_2 & \cdots & y_N \\ y_2 & y_3 & \cdots & y_{N+1} \\ \vdots & \vdots & & \cdots \\ y_j & y_{j+1} & \cdots & y_{N+j-1} \end{bmatrix} \quad (6)$$

$$X_p := \begin{bmatrix} x_1 & x_2 & \cdots & x_N \end{bmatrix} \quad (7)$$

$$\Gamma_p := \begin{bmatrix} C_p \\ C_p A_p \\ \vdots \\ C_p A_p^{j-1} \end{bmatrix} \quad (8)$$

$$H_p := \begin{bmatrix} D & 0 & \cdots & 0 \\ C_p B_p & D & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ C_p A_p^{j-2} B_p & C_p A_p^{j-3} B_p & \cdots & D \end{bmatrix} \quad (9)$$

ここで、 Γ_p は拡大可観測性行列、 H_p はマルコフパラメータからなる下三角ブロックテプリッツ行列である。 Y_p はデータからなるブロックハンケル行列であり、さらに、 Y_p と同様に u_k, w_k から U_p, W を定義する。ただし、 $\text{rank} U_p = j$ を仮定する。また、 N はデータ数で、 j は設計パラメータ ($j > n$) である。

4SID法ではこれらの間に、

$$Y_p = \Gamma_p X_p + H_p U_p + W \quad (10)$$

の関係があることを利用する。まず、 U_p, Y_p より

$$\begin{bmatrix} U_p \\ Y_p \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} R_{11} & 0 \\ R_{21} & R_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} Q_1 \\ Q_2 \end{bmatrix} \quad (11)$$

となるQR分解を行う。このとき

$$Y_p = R_{21} R_{11}^{-1} U_p + R_{22} Q_2 \quad (12)$$

の関係から、

$$R_{22} Q_2 = \Gamma_p X_p / U_p^\perp + W / U_p^\perp \quad (13)$$

$$X_p / U_p^\perp, W / U_p^\perp : X_p, W \text{ の } U_p^\perp \text{ の空間への射影}$$

となるので、 W が十分小さい場合には

$$\text{rank} R_{22} \simeq n \quad (14)$$

となる。これより、 R_{22} を特異値分解し、特異値の大きさから n を定め、 Γ_p を求める。この後、 Γ_p に基づいて A_p, C_p を求め、さらに B_p, D を求める手順を踏むが、詳細は参考文献4)にあるので割愛する。ここで、4SID法の大きな問題点は R_{22} の特異値はノイズの存在によりある値よりは小さくならず、これより特異値が小さくなるモードはノイズからの分離が困難となり同定できないことにある。具体的にこの例題における R_{22} の特異値をTable 1に示す。ただし、 $\sigma_i (i=1, 2, \dots, 12)$ は特異値を意味する。従来の4SID法では、ノイズが存在しない場合と比較すると $\sigma_3 \sim \sigma_{12}$ の値がほぼ同じ値となり、こ

れらはノイズの存在により小さくならない特異値であると判断できる。これにより、モデルの次数は2次としてしか同定できず、実際3次として同定しても結果に差は見られない。

そこでつぎに、従来の4SID法に一部構造的な意味を持たせ、-1と-5の極が既知である情報を組み込む方法を提案する。また、これによりノイズから分離できないモードの一部がモデルに保存され、より正確なモデルが得られることを示す。

3.2 提案法

3.2.1 同定手順

まず、提案法の同定手順について述べる。前節と同様 Y_p, U_p, W を定義し、さらに次式の行列を定義する。

$$\Gamma := \begin{bmatrix} C_2 \\ \vdots \\ C_2 A_{22}^{j-1} \end{bmatrix} \quad (15)$$

$$X_1 := \begin{bmatrix} x_1^1 & x_2^1 & \cdots & x_N^1 \end{bmatrix} \quad (16)$$

$$X_2 := \begin{bmatrix} x_1^2 & x_2^2 & \cdots & x_N^2 \end{bmatrix} \quad (17)$$

ただし、

$$\text{rank} \begin{bmatrix} X_1 \\ U_p \end{bmatrix} = j+m \quad (18)$$

を仮定する。このとき、これらの間の関係式は次式のように定式化することができる。

$$Y_p = \Gamma X_2 + \begin{bmatrix} H_1 & H_2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} X_1 \\ U_p \end{bmatrix} + W \quad (19)$$

ただし、

$$H_1 := \begin{bmatrix} \Sigma_1^T & \Sigma_2^T & \cdots & \Sigma_j^T \end{bmatrix}^T \quad (20)$$

$$\Sigma_1 := C_1 \quad (21)$$

$$\Sigma_{i+1} := \Sigma_i A_{11} + C_2 A_{22}^{i-1} A_{21} \quad (i \geq 2) \quad (22)$$

である。また、 $H_2 = H_p$ であるが、これは Σ_i, B_1 および C_2, A_{22}, B_2 を用いて、第1要素が

$$\begin{bmatrix} D \\ \Sigma_1 B_1 + C_2 B_2 \\ \vdots \\ \Sigma_{j-1} B_1 + C_2 A_{22}^{j-2} B_2 \end{bmatrix} \quad (23)$$

となる下三角ブロックテプリッツ行列で表すことができる。さらに、 H_1, H_2 には

$$\begin{aligned} H_1(l+1:j\ell, :) &= H_1(1:(j-1)\ell, :) A_{11} \\ &\quad + \Gamma(1:(j-1)\ell, :) A_{21} \end{aligned} \quad (24)$$

$$H_2 = A + \hat{H}_2 \quad (25)$$

の関係がある。ただし A は第1要素が

$$\begin{bmatrix} 0 \\ H_1(1:(j-1)\ell, :) B_1 \end{bmatrix} \quad (26)$$

となる下三角ブロックテプリッツ行列であり

$$\hat{H}_2 := \begin{bmatrix} D & 0 & \cdots & 0 \\ C_2 B_2 & D & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ C_2 A_{22}^{j-2} B_2 & C_2 A_{22}^{j-3} B_2 & \cdots & D \end{bmatrix} \quad (27)$$

である。提案法ではこれらの関係式を用いることで、システム同定を行う。

Step 1 QR分解. (6), (7) 式の Y_p, U_p , (16) 式の X_1 よりつぎのQR分解を行う。

$$\begin{bmatrix} X_1 \\ U_p \\ Y_p \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} R_{11} & 0 \\ R_{21} & R_{22} \\ R_{31} & R_{32} & R_{33} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} Q_1 \\ Q_2 \\ Q_3 \end{bmatrix} \quad (28)$$

ただし、 Y_p は同定実験により得られる行列、 X_1 はシミュレーションなどによって得られる行列、 U_p は参照入力によって得られる行列であり、すべて既知である。この分解により

$$Y_p = \hat{R}_3 \begin{bmatrix} X_1 \\ U_p \end{bmatrix} + R_{33} Q_3 \quad (29)$$

$$\hat{R}_3 := \begin{bmatrix} R_{31} & R_{32} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} R_{11} & 0 \\ R_{21} & R_{22} \end{bmatrix}^{-1} \quad (30)$$

の関係が成り立つ。

Step 2 C_2, A_{22} の同定. (19) 式と (29) 式の関係から、

$$R_{33} Q_3 = \Gamma X_2 \left/ \begin{bmatrix} X_1 \\ U_p \end{bmatrix}^\perp \right. + W \left/ \begin{bmatrix} X_1 \\ U_p \end{bmatrix}^\perp \right. \quad (31)$$

となるので、従来法と同様に R_{33} を

$$R_{33} = \begin{bmatrix} U_n & U_n^\perp \end{bmatrix} \begin{bmatrix} S_1 & 0 \\ 0 & S_2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V_1^T \\ V_2^T \end{bmatrix} \quad (32)$$

$$S_1 := \text{diag}\{\sigma_1, \sigma_2, \dots, \sigma_{n-m}\} \quad (33)$$

$$S_2 := \text{diag}\{\sigma_{n-m+1}, \sigma_{n-m+2}, \dots, \sigma_{jl}\} \quad (34)$$

と特異値分解することで、 $\sigma_{n-m} \gg \sigma_{n-m+1}$ ならば

$$U_n = \Gamma \quad (35)$$

とみなすことが可能である。これにより

$$C_2 = U_n(1:\ell, :) \quad (36)$$

Table 1 Singular values

		σ_1	σ_2	σ_3	σ_4	σ_5	...	σ_{12}
Existing method	Noise Free	2.16×10^0	1.42×10^{-1}	8.25×10^{-3}	8.40×10^{-6}	1.31×10^{-8}	...	0
	Noise Added	2.16×10^0	1.44×10^{-1}	2.80×10^{-2}	2.76×10^{-2}	2.70×10^{-2}	...	1.65×10^{-2}
Proposed method	Noise Free	3.63×10^{-1}	1.28×10^{-2}	1.41×10^{-4}	0	0	...	0
	Noise Added	3.65×10^{-1}	2.96×10^{-2}	2.77×10^{-2}	2.75×10^{-2}	2.61×10^{-2}	...	1.64×10^{-2}

$$A_{22} = [U_n(1:(j-1)\ell, :)]^+ U_n(\ell+1:j\ell, :)$$
 (37)

から C_2 , A_{22} が求められる。ただし, $[\cdot]^+$ は Moore-Penrose の一般化逆行列を意味する。

Step 3 C_1 , A_{21} の同定. (19) 式と (29) 式の関係から,

$$\hat{R}_3(:, 1:n-m) = H_1$$
 (38)

となるので, これを用いて (20) 式, (24) 式, (35) 式から

$$C_1 = H_1(1:\ell, :)$$
 (39)

$$A_{21} = [U_n(1:(j-1)\ell, :)]^+ \times [H_1(\ell+1:j\ell) - H_1(1:(j-1)\ell, :)A_{11}]$$
 (40)

より C_1 , A_{21} が求められる。

Step 4 B_2 , D の同定. (25) 式の関係から,

$$\begin{aligned} (U_n^\perp)^T \hat{H}_2 &= (U_n^\perp)^T (H_2 - A) \\ &= (U_n^\perp)^T (\hat{R}_3(:, n-m+1:n-m+j) - A) \end{aligned}$$
 (41)

が成り立つ。ただし, A は (26) 式, (38) 式から求めることが可能である。これにより,

$$\Xi := (U_n^\perp)^T (\hat{R}_3(:, n-m+1, n-m+j) - A)$$
 (42)

とおくことで, 参考文献 4) と同様に

$$\begin{aligned} \begin{bmatrix} \Xi(:, 1) \\ \Xi(:, 2) \\ \vdots \\ \Xi(:, j) \end{bmatrix} &= \begin{bmatrix} U_n^\perp(1:\ell, :)^T & \dots & U_n^\perp((j-1)\ell+1:j\ell, :)^T \\ U_n^\perp(\ell+1:2\ell, :)^T & \dots & 0 \\ \vdots & & \vdots \\ U_n^\perp((j-1)\ell+1:j\ell, :)^T & \dots & 0 \end{bmatrix} \\ &\times \begin{bmatrix} I_\ell & 0 \\ 0 & U_n(1:(j-1)\ell, :) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} D \\ B_2 \end{bmatrix} \end{aligned}$$
 (43)

により D , B_2 が同定可能である。これによりすべてのパラメータが同定可能となる。

3.2.2 同定問題

つぎに, 提案手法により例題の同定問題を解く。システムが 5 次であるのに対し既知のモードは二つであるので, 三つのモードが未知となる。Table 1 に (32) 式の R_{33} の特異値を示す。前項と同様に特異値の大きさから, 未知のモードに対応するシステムは 1 次のみ同定可能となる。また, 従来法と提案手法により得られたモデルのゲイン線図を Fig. 1 に示す。ただし, 従来法では 3 次, 提

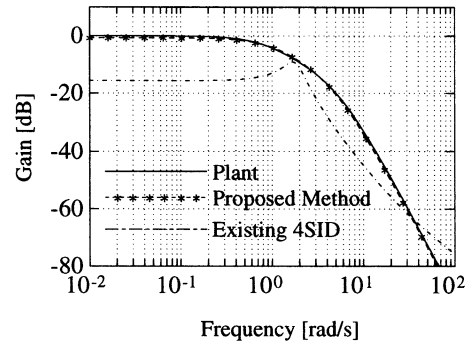


Fig. 1 Gain plot

案手法では 3 次 (既知 2 次+未知 1 次) のモデルとした。これより提案手法の有効性が確認できる。

3.3 考察

提案手法が従来の 4SID 法と大きく異なっている点は, (19) 式である。これは, はじめに Y_p の中から X_1 の空間を取り除くことに相当し, (32) 式で未知の部分だけを同定している。これにより, (11) 式からでは X_1 のモードがノイズから分離できない場合でも, これについては既知の情報としてはじめに分離しているので同定されたモデルの中に保存することが可能になる。とくに, 従来の 4SID 法ではサンプリングタイムが短い場合, (6) 式の j が小さい場合に低周波数帯域での同定精度が劣化する傾向にある。そこで, 低周波数帯域での極が既知である場合に提案手法を適用することで, 同定結果が著しく向

上するようすを上述の例題は示している。

さらに、本同定法ではフィードバック補償器は考慮していないが(18)式の条件が満たされており、さらに閉ループ系が安定に保たれ、かつ x_k^1 が u_k によって安定化されていれば、閉ループ同定への応用も可能となる。特に閉ループ同定では、上述の低周波数低域での同定精度の劣化が著しい。この場合には低周波帯域ではモデルの情報を用い、交差周波数から高周波帯域でシステム同定を行うことによって閉ループ系のパフォーマンスを向上させることを目的とした同定が可能になると考えられる。

4. 数値実験

つぎに、より実際のシステムにおいて提案手法の有効性を検証する。ここではつぎの運動方程式で表される2慣性共振系の閉ループ同定問題を考える。

$$I\ddot{\theta} = K(\phi - \theta) + D_1\dot{\theta} \quad (44)$$

$$J\ddot{\phi} = K(\theta - \phi) + D_2\dot{\phi} + \tau \quad (45)$$

ただし、各パラメータは以下のようである。

- τ : モータのトルク I : 円盤の慣性モーメント
- θ : 円盤の回転角 J : モータの慣性モーメント
- ϕ : モータ回転角 D_1 : 円盤の粘性摩擦係数
- K : バネのバネ定数 D_2 : モータの粘性摩擦係数

このシステムはモータの出力するトルクによって、バネで結合された円盤の回転角を制御するものであり、入力をモータのトルク、出力を円盤の回転角とする1入力1出力のシステムである。このシステムに対しパラメータを求めることで伝達関数は

$$P_m(s) = \frac{2.38 \times 10^5}{s(s+13.6)(s+a)(s+\bar{a})} \quad (46)$$

$$a = 8.95 + 48.6j$$

となる。ただし、ここではこれをモデルとし、バネ定数を0.5倍したシステム

$$P(s) = \frac{1.19 \times 10^5}{s(s+15.2)(s+b)(s+\bar{b})} \quad (47)$$

$$b = 8.15 + 32.1j$$

を実際のプラントとした。このシステムは一般的な機械システムであり積分特性を有することが知られている。これより、提案手法を用いるのに適したシステムであるといえる。また、バネ定数の変化に対してダンピングのモード $s = -13.6$ の極はあまり変化しない。そこで、ここでは $s = 0, -13.6$ を既知のモードとし、振動極のみを同定対象とした。

まず、 $P_m(s)$ と適当な周波数重みを用いて、McFarlaneらによって提案されているループ整形法による H^∞ 制御⁸⁾によって補償器 $K_1(s)$ を設計した。このときの

$P_m(s)$ と $K_1(s)$ によって構成される閉ループ系

$$G(P_m(s), K_1(s)) := \frac{P_m K_1}{1 + P_m K_1} \quad (48)$$

と、 $G(P(s), K_1(s))$ のステップ応答 y_m, y_p を Fig. 2に示す。つぎに、

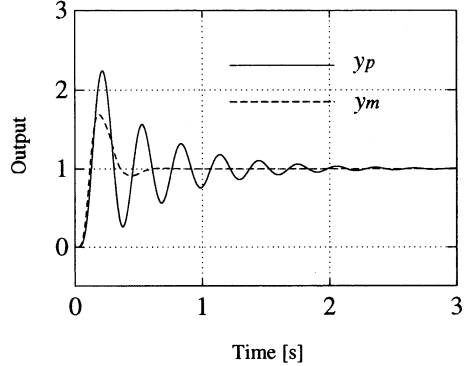


Fig. 2 Step responses

$$y = \frac{P}{1 + PK} r + \frac{1}{1 + PK} w \quad (49)$$

$$u = \frac{1}{1 + PK} r - \frac{K}{1 + PK} w \quad (50)$$

より得られる y, u を用いて閉ループ同定実験を行い提案手法と従来法によって新たなモデルを同定した。ただし、このときの $P(s)$ の応答の最大振幅は約 0.5(rad)であったのに対し加わるノイズ w は振幅が 5.0×10^{-3} 程度のものとした。また、参照入力 r としてはM系列信号を用い、(6)式の j は10、 N は400を用いた。3.と同様に、このときの従来の4SID法による R_{22} 、提案手法による R_{33} の特異値を Table 2に示す。ただし、提案手法では4次(既知2次+未知2次)、従来法では4次のモデルとした。また、得られたモデルのゲイン線図を Fig. 3

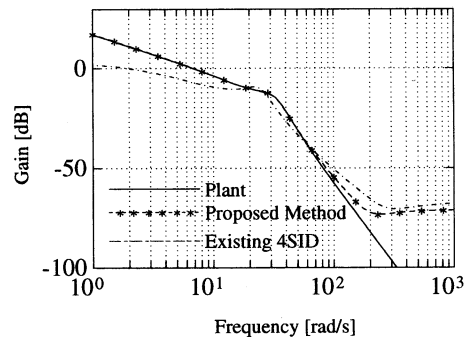


Fig. 3 Gain plots (2 mass-spring system)

Table 2 Singular values (2 mass-spring system)

	σ_1	σ_2	σ_3	σ_4	σ_5	...	σ_{12}
Existing method	5.62×10^0	2.24×10^0	1.87×10^{-1}	6.23×10^{-2}	6.28×10^{-2}	...	5.08×10^{-2}
Proposed method	1.91×10^0	8.93×10^{-1}	6.34×10^{-2}	6.25×10^{-2}	5.85×10^{-2}	...	5.07×10^{-2}

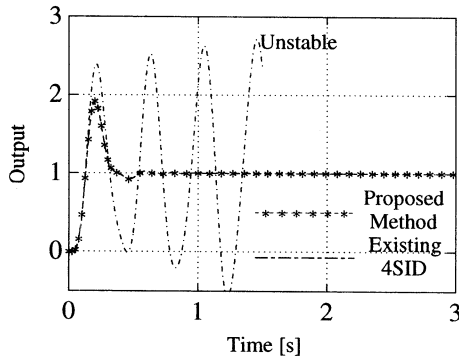


Fig. 4 Renewed step responses

に示す。提案手法では既知の情報を用いることで積分特性が保存されており、低周波数帯域での同定精度が向上している。さらに振動モードが正しく同定されているようすがわかる。つぎに、ここで得られた新たなモデルを用いて、 K_1 と同じ周波数重みを用いることにより新たな補償器 K_2 を設計した。このときの $G(P(s), K_2(s))$ のステップ応答を Fig. 4 に示す。ただし、従来法によって得られたモデルからでは安定化補償器が得られなかったので応答は 1.5 秒で打ち切った。これより提案手法の有効性が確認できる。

5. おわりに

本論文では、既知の情報を用いた 4SID 法を提案した。この手法ではシステムの極のうち一部が既知であるという場合を考え、このモードを先に応答から取り除いたのちに、未知のモードだけを同定した。また、2 慣性共振系を想定した数値実験により、提案手法を従来の 4SID 法と比較することで有効性を検証した。

参考文献

- 1) M. Moonen, B. De Moor, L. Vandenberghe and J. Vandewalle: On- and Off-line identification of linear state-space models; *Int. J. Contr.*, Vol. 49, No. 1, pp. 219–232 (1989)
- 2) B. De Moor and P. Van Overschee: *Numerical Algorithms for Subspace State Space System Identifi-*

cation, Trends in Control, A European Perspective (A. Isidori Ed.), Springer, pp. 385–422 (1995)

- 3) P. Van Overschee and B. De Moor: N4SID: Subspace algorithms for the identification of combined deterministic - stochastic system; *Automatica*, Vol. 30, No. 1, pp. 75–93 (1994)
- 4) M. Verhaegen and P. Dewilde: Subspace model identification part I. the output-error state space model identification class of algorithms; *Int. J. Contr.*, Vol. 56, No. 5, pp. 1187–1210 (1992)
- 5) B. Wahlberg and M. Jansson: 4SID Linear regression; *Proc. of 33rd CDC*, pp. 2858–2863 (1994)
- 6) T. McKelvey and H. Akçay: System identification with periodic excitation signals: A subspace based algorithm; *Proc. of 3rd ECC*, pp. 423–428 (1995)
- 7) 小川, 永田, 足立: 状態空間モデル同定法 "4SID 法" の高精度化について; 第 24 回制御理論シンポジウム資料, pp. 387–390 (1995)
- 8) D. C. McFarlane and K. Glover: Robust controller design using normalized coprime factor plant description; *Lecture Notes in Control and Information Science*, No. 138, Springer-Verlag (1990)