

シユをなくすため S のねじは上テーブルからはみ出すようにし、これを回すことでリンクのプリテンションを調節する。なお、以下の考察では全てのリンクが剛体であると仮定して議論を進める。

2.2 構造の特異性による零剛性

Fig.1 の機構の自由度は -1 となるが、それぞれのリンクの長さを適当に選択することで拘束条件に冗長性が生じ、自由度が 0 の構造物となる。すなわち、この機構は動かない。次に、機構の拘束条件について調べる。この機構は閉リンク系を構成していることから A から出発して、 $A \rightarrow B \rightarrow C \rightarrow D \rightarrow A$ と 1 周した場合を考える。このとき、絶対座標系から見た始点と終点が一一致するため、 3 次元空間内で閉リンク系を構成していることの拘束条件として以下の 6 つの拘束条件が存在する。

$$\begin{aligned} f(\theta_1, \theta_2, \theta_3, \theta_4, \phi) \\ = L_x^r L_z^{L_2} R_z^{\theta_1} R_x^{\theta_2} L_z^{\ell} R_x^{\theta_3} R_z^{\theta_4} L_z^{L_2} L_x^{-r} R_z^{\phi} L_z^{-L_1} e_0 \quad (1) \\ = e_0 \quad (2) \end{aligned}$$

$$e_0 = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}^T \quad (3)$$

$$g(\theta_1, \theta_2, \theta_3, \theta_4, \phi) = R_z^{\theta_1} R_x^{\theta_2} R_z^{\theta_4} R_x^{\phi} I_4 = I_4 \quad (4)$$

ただし、 I_4 は 4×4 の単位行列であり、 R_i^j は i 軸回りに j 回転するときの座標変換行列、 L_i^j は i 軸に沿って j だけ平行移動するときの座標変換行列である。式 (2) は位置の拘束条件、式 (4) は姿勢の拘束条件である。これらの拘束条件は、 $\theta_i (i = 1 \sim 4) = 0, \phi = 0$ のとき成立する。

いま、 θ_i, ϕ が微量 $\Delta\theta_i, \Delta\phi$ だけ回転した場合を考える。このとき f, g は 2 次以上の微量項を無視することで

$$\begin{bmatrix} f(\Theta + \Delta\Theta) \\ g(\Theta + \Delta\Theta) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} f(\Theta) \\ g(\Theta) \end{bmatrix} + J(\Theta)\Delta\Theta \quad (5)$$

$$\Theta = \begin{bmatrix} \theta_1 & \theta_2 & \theta_3 & \theta_4 & \phi \end{bmatrix}^T \quad (6)$$

$$\Delta\Theta = \begin{bmatrix} \Delta\theta_1 & \Delta\theta_2 & \Delta\theta_3 & \Delta\theta_4 & \Delta\phi \end{bmatrix}^T \quad (7)$$

$$J(\Theta) = \begin{bmatrix} \frac{\partial f}{\partial \theta_1} & \frac{\partial f}{\partial \theta_2} & \frac{\partial f}{\partial \theta_3} & \frac{\partial f}{\partial \theta_4} & \frac{\partial f}{\partial \phi} \\ \frac{\partial g}{\partial \theta_1} & \frac{\partial g}{\partial \theta_2} & \frac{\partial g}{\partial \theta_3} & \frac{\partial g}{\partial \theta_4} & \frac{\partial g}{\partial \phi} \end{bmatrix} \quad (8)$$

と表される。ここで式 (5) の右辺第二項が零であるとすると、これは $\Delta\Theta$ の変化に対しても拘束条件が満たされる。すなわち、この機構が $\Delta\Theta$ の変化を許す機構であるといえる。正確には $\Delta\Theta$ を時間変化量 $d\Theta/dt = \dot{\Theta}$ として、拘束条件を満たす $\Theta = \Theta_0$ に対して速度を持つことを許すものである。これは Θ_0 のときの剛性が $\dot{\Theta}$ の方向に対して零となることと等価である。 J は 6×5 の行列であるが、実際に $\Theta = 0$ のときに J を求めると

$$\text{rank}(J) = 3 (< 5) \quad (9)$$

となり、その補空間の正規直交基底は

$$\Delta\Theta_1 = \begin{bmatrix} -0.71 & 0 & 0 & 0.71 & 0 \end{bmatrix}^T \quad (10)$$

$$\Delta\Theta_2 = \begin{bmatrix} 0.33 & -0.41 & 0.41 & 0.33 & -0.66 \end{bmatrix}^T \quad (11)$$

となる。式 (10) はリンク L が z 軸回りに回転することを許す基底であり、式 (11) は θ_i とカップリングを持って ϕ が回転することを許す基底である。すなわち、式 (11) は $\Theta = 0$ のときに、 ϕ が回転速度を持つことを許し、この瞬間に ϕ 軸回りの回転の剛性が零であることを示している。これにより、この機構は剛体で構成されているにも関わらず、 $\Theta = 0$ の瞬間に ϕ 軸回りの零剛性を実現していることが示される。

3. 機構の剛性特性

3.1 関節機構の試作

Fig.3 に試作した機構を示す。下の円盤、上の円盤でトルクを伝える入出力関係を持つ。前章では剛体リンクとして議論を行ったが、実際には完全な剛体は存在せずリンク L は硬いばね特性を持つ。これにより、 2 枚のテーブル間の回転に大きな非線形剛性特性を持つがこれについて論じる。Fig.3 右図に実際に本機構がねじれる様子を示す。リンク L を 3 本としたが、これは強度を高くすることを目的としたもので 1 本の場合とその本質は変わらない。

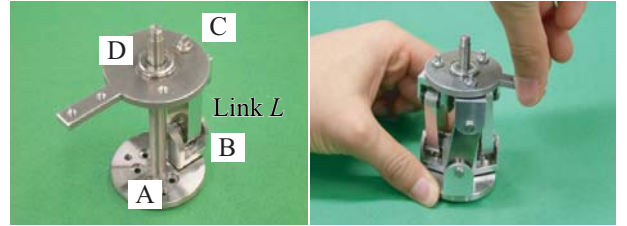


Fig.3 Designed mechanism and its motion

3.2 変分法に基づく剛性特性

ϕ 軸回りの機構の剛性係数 K_ϕ について述べる。いま、リンク L を長さ方向にばね定数 K_L の線形ばねであると仮定し、 ϕ 軸回りにトルク τ を与えることで ϕ だけ回転したとする。また、そのときのリンクの長さを $\ell + \lambda$ とすると、仕事量の関係から機構に蓄えられるエネルギー E は

$$E = \int_0^\phi \tau(\phi) d\phi = \int_0^\lambda K_L \lambda d\lambda = \frac{1}{2} K_L \lambda^2 \quad (12)$$

で表される。これを両辺 ϕ で微分して次式を得る。

$$\tau(\phi) = K_L \lambda \frac{d\lambda}{d\phi} \quad (13)$$

一方、幾何学的な関係から

$$2r^2(1 - \cos \phi) + \ell^2 = (\ell + \lambda)^2 \quad (14)$$

が成り立ち、これを λ について解くと

$$\lambda = \sqrt{2r^2(1 - \cos \phi) + \ell^2} - \ell \quad (15)$$

が導かれる．さらに，式 (15) を ϕ で微分することで，

$$\frac{d\lambda}{d\phi} = \frac{r^2 \sin \phi}{\sqrt{2r^2(1 - \cos \phi) + \ell^2}} \quad (16)$$

が得られる．式 (13) , (15) および (16) から，トルクが ϕ の関数として

$$\tau(\phi) = K_L \left(r^2 \sin \phi - \frac{\ell r^2 \sin \phi}{L_\phi(\phi)} \right) \quad (17)$$

$$L_\phi(\phi) = \sqrt{2r^2(1 - \cos \phi) + \ell^2} \quad (18)$$

となる．ここで剛性係数 K_ϕ を

$$K_\phi(\phi) = \frac{d\tau(\phi)}{d\phi} \quad (19)$$

で定義すると，

$$K_\phi(\phi) = K_L \left(r^2 \cos \phi - \frac{\ell r^2 \cos \phi}{L_\phi(\phi)} + \frac{\ell r^4 \sin^2 \phi}{L_\phi^3(\phi)} \right) \quad (20)$$

として K_ϕ が求まる．この変化の様子 ($\phi = 0 \sim 180$ [degree]) を Fig.4 左図に示す．ただし，リンク L は $8[\text{mm}] \times 16[\text{mm}]$ の四角柱 (材質 A2017) , $\ell = 30[\text{mm}]$, $r = 16[\text{mm}]$ とし , $K_L = 1.1 \times 10^8 [\text{N/m}]$ を用いた．このときおよそ $113[\text{degree}]$ を境に K_ϕ が負の値になるが，機構に蓄えられるエネルギー E は Fig.4 右図のように単調に増加するので， K_ϕ の符号は復元力の方向を示すものではなく， $0 \sim 180[\text{degree}]$ の間では復元力の方向は一定である．実際にはリンク L はそれほど大き

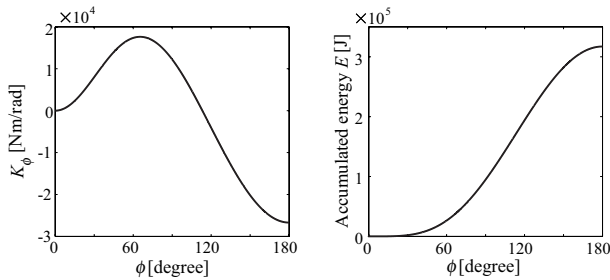


Fig.4 Stiffness and accumulated energy of the mechanism

なひずみを起こせないで， $\phi = 0 \sim 8[\text{degree}]$ を拡大すると K_ϕ は Fig.5 の実線のような非線形剛性特性を持つことが分かる．また， λ の変化によりリンク L は降伏点 (0.1% ひずみ) を越えるため，それ以降の部分破線で示した．なお，そのときの ϕ は $4.81[\text{degree}]$, K_ϕ は $256[\text{Nm/rad}]$ であり，これは長さ $30[\text{mm}]$, 直径 $7.5[\text{mm}]$ のジュラルミンの丸棒のねじり剛性にほぼ等しい． $\phi = 0$ においては $K_\phi = 0$ が実現されている．これより，高剛性材料のみにより構成した機構により大きな可変剛性特性，特に $\phi = 0$ で零剛性を実現する機構が実現可能となった．

一方，式 (17) をある ϕ 周りでテイラー展開すると， $\delta\phi \ll 1$ として

$$\tau(\phi + \delta\phi) = \tau(\phi) + \frac{\partial\tau}{\partial\phi}\delta\phi + \frac{1}{2!}\frac{\partial^2\tau}{\partial\phi^2}\delta\phi^2 + \dots \quad (21)$$

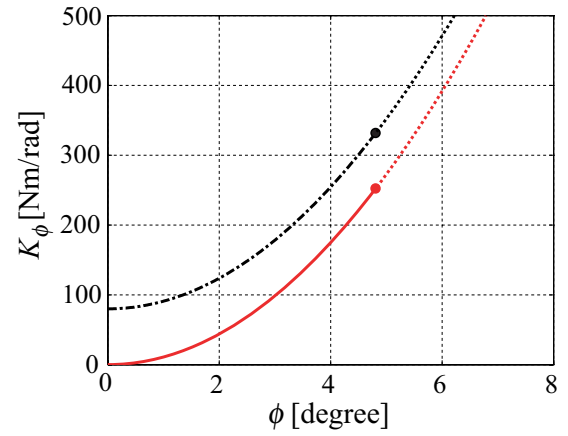


Fig.5 Stiffness of the mechanism

となるので， $K_\phi = 0$ となる ϕ において， τ の ϕ による何階微分値までが零になるかが，よりなめらかな零剛性を実現するかに寄与する．本機構では $\phi = 0$ において， τ の ϕ による 1 階微分値が零となって零剛性を実現する ($K_\phi = 0$) だけでなく，2 階微分値

$$\frac{\partial^2\tau}{\partial\phi^2} = K_L \left(-r^2 \sin \phi + \frac{\ell r^2 \sin \phi}{L_\phi(\phi)} + \frac{3\ell r^4 \sin \phi \cos \phi}{L_\phi^3(\phi)} - \frac{3\ell r^6 \sin^3 \phi}{L_\phi^5(\phi)} \right) \quad (22)$$

まで零となる．これにより，なめらかな零剛性が実現されている．

さらに，この機構でリンク L にプリテンション T を施した場合を考える．このとき，式 (17) は

$$\tau(\phi) = K_L \left(r^2 \sin \phi - \frac{\ell r^2 \sin \phi}{L_\phi(\phi)} \right) + T \frac{r \sin \phi}{L_\phi(\phi)} \quad (23)$$

となり，その ϕ での 1 階微分値，すなわち剛性係数は

$$K_\phi(\phi) = K_L \left(r^2 \cos \phi - \frac{\ell r^2 \cos \phi}{L_\phi(\phi)} + \frac{\ell r^4 \sin^2 \phi}{L_\phi^3(\phi)} \right) + T \left(\frac{r \cos \phi}{L_\phi(\phi)} - \frac{r^3 \sin^2 \phi}{L_\phi^3(\phi)} \right) \quad (24)$$

となるので，これは $\phi = 0$ において零とはならず，Fig.5 の一点鎖線のような剛性特性が得られる．すなわち，プリテンションによって $\phi = 0$ での剛性を調整可能である．

3.3 実験による剛性特性の検証

本機構の剛性特性を実験により求めた．機構の回転中心から $150[\text{mm}]$ の位置に $0.010 \sim 4.0[\text{kg}]$ までのおもりをつけてテーブルの回転角 ϕ を測定した．また，リンク L を Fig.6 に示すスリットのないものとあるものの 2 種類を製作した．それぞれノーマルリンク，ばねリンクと呼ぶものとする．ばねリンクはリンク L の降伏点を大きくするためのものである．

Fig.7 と Fig.8 はそれぞれノーマルリンクとばねリンクを取り付けた際の ϕ と剛性の関係を示す．いずれ



Fig.6 Designed link L

も理論値より実験値が小さい値を示したが、これは実際にはリンク L 以外の部分でもたわみが起こっているためと考えられる。また、ノーマルリンクにおいてその差が顕著であるが、これはノーマルリンクの剛性が高いために、機構のその他の部分でのたわみがばねリンクのときに比べて大きな影響を及ぼすためである。この結果から、 $\phi = 0$ での零剛性と ϕ の変化に伴った剛性の大きな変化が実現されていることが分かる。

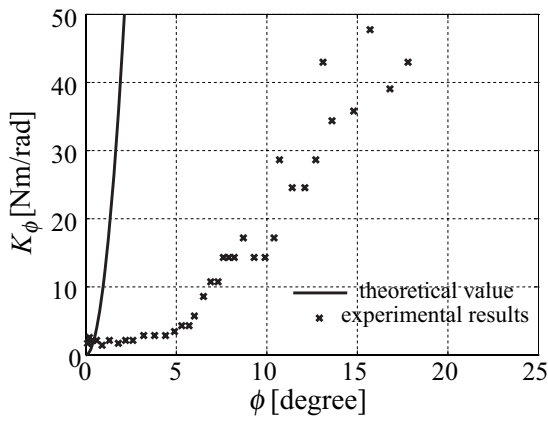


Fig.7 Stiffness of normal link

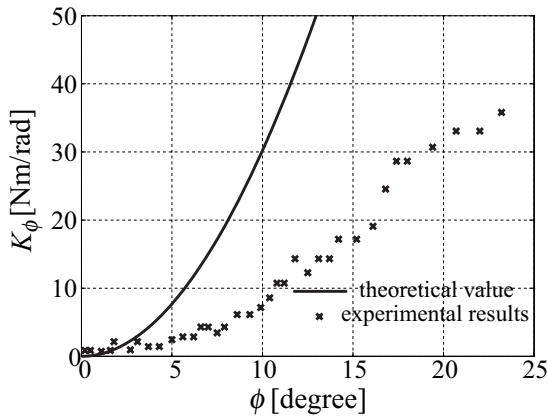


Fig.8 Stiffness of spring link

4. 四脚ロボットの試作

本機構を搭載した脚ロボットを試作した。これは

- 着地などの際の衝撃の吸収を確認する。
- ジャンプなどの動作で高い駆動伝達を確認する。

を目的としている。各脚にはそれぞれ、上から順に z 軸、 x 軸、 x 軸の関節を有する。アクチュエータには 60WDC モータと減速比 1:50 のギアを用いた。ロボッ

トの大きさは脚を伸ばした状態で $350 \times 450 \times 450$ [mm] で重量は約 15 [kg] である。試作した四脚ロボットおよび膝関節に組み込んだ駆動伝達機構を Fig.9 に示す。

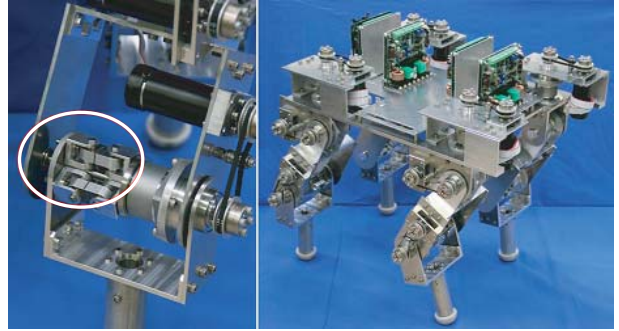


Fig.9 Four legs robot with the proposed mechanics

5. おわりに

本研究では非線形ばね特性を有する駆動伝達機構を開発した。その成果を以下に示す。

- 構造の特異性により、高剛性材料のみで剛性零を実現する機構を開発した。
- 開発した機構が非線形剛性特性を持ち、剛性が大きく変化することを理論的に示し、実験で検証した。
- 機構のリンクにプリテンションをかける機構を設計し、剛性特性の調節を実現した。
- 開発した機構を膝関節に組み込んだ四脚ロボットを試作した。

今後、跳躍のための高剛性と着地などの衝撃吸収のための零剛性を生かした運動計画を行っていく。

謝辞

本研究は文部科学省科学研究補助金若手研究 (A) 「力学的観点に立ったロボットの身体と知能の相互発達と運動の創発」の支援を受けた。

参考文献

- [1] Y.Xu and R.P.Paul : A robot compliant wrist system for automated assembly, Proc. of IEEE International Conference on Robotics and Automation, Vol.3 pp.1750-1755, 1990.
- [2] C.Xu, T.Nagaoka, A.Ming and M. Shimojo : Motion Control of Golf Swing Robot Based on Target Dynamics, Proc. of the 2006 IEEE/RSJ International Conference on Intelligent Robots and Systems, pp.2545-2550, 2006.
- [3] T.Morita, N.Tomita, T.Ueda and S.Sugano : Development of Force-Controlled Robot Arm Using Mechanical Impedance Adjuster, Proc. of IEEE International Conference on Intelligent Robots and Systems, pp.1216-1221, 1999.
- [4] J.Yamaguchi, D.Nishino, A.Takanishi : Realization of Dynamic Biped Walking Varying Joint Stiffness Using Antagonistic Driven Joints, Proc. of the 1998 IEEE International Conference on Robotics and Automation, pp.2022-2029, 1998.