

非線形状態空間写像による力学構造の一致を利用したロボットの運動生成

Robot Motion Generation using Dynamical Consistency via Nonlinear State-space Mapping

○学 宮崎 哲郎 (東工大) 正 岡田 昌史 (東工大)

Tetsuro MIYAZAKI, Tokyo TECH, miyazaki.t.ac@m.titech.ac.jp

Masafumi OKADA, Tokyo TECH, okada@mep.titech.ac.jp

This paper proposes a controller design method from a given stabilized system. Between two dynamical systems, a state-space mapping is introduced satisfying dynamical consistency. Not only motions but also controllers are transformed based on the obtained mapping to generate dynamically equivalent motion. For linear systems, a linear state transformation is introduced based on eigen value decomposition of state transition matrix, and the effectiveness of the proposed method is evaluated by using two inverted pendulum systems. Moreover, by transforming the inverted pendulum motion into a two mass spring system, it is shown that the proposed method is available for completely different systems. For nonlinear systems, a nonlinear state transformation is utilized and conditional equations to be satisfied for transformation are introduced. The proposed method does not suffer from time-delay of the closed loop system because of the attractor based controller. The proposed method is applied to the tap dancing robots and the effectiveness is evaluated by experiments.

Key Words: robot motion generation , dynamical consistency , nonlinear state space mapping , controller design

1. はじめに

ロボットの運動は Fig.1 にあるように、目標運動パターンと安定化コントローラによって生成される。自由度の多いロボットの

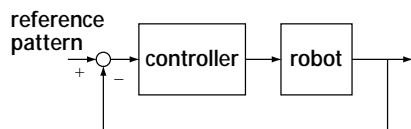


Fig.1 Feedback control system for robot motion generation

目標運動パターンを設計するために、人間のモーションキャプチャデータが用いられることが多い。Ijspeert ら [1] はモーションキャプチャによって得られた人間の運動データを力学系に記憶させ、これを運動パターン生成器として用いる方法を提案した。しかし、人間とロボットの構造は異なるため、一般にはモーションキャプチャデータをそのままロボットに用いることは難しい。Dariush ら [2] は、モーションキャプチャデータに従ったロボットの動きにおいて、リンクの衝突検出を行い、これを回避するよう運動のオンライン修正を行った。一方、Yamane ら [3] は人間とロボットの力学的な違いに着目し、人間の動きをロボットの力学的に整合する運動へと変換させる Dynamics filter を提案した。これらの方法は、目標運動パターンをロボットの身体に合致したものと変換する手法であるが、前述のようにこれを用いてロボットの運動を生成するためには、さらに、安定化コントローラ的设计も必要である。特に、人間の運動は脳の情報処理、環境、身体とのインタラクションから生成された結果であり、これを目標運動パターンとしてフィードバック系に与えても、その過渡応答や時間遅れのため、目標と一致した運動は生成されにくい。そのため、モーションキャプチャデータを参照とした運動を生成するためには、パターンのデータからこの運動を実現するための入力、および、安定化の要素を抽出し、これをロボットで実現させる方法が必要である。これに関連して、岡田ら [4] は得られた運動パターンに基づいて、軌道アトラクタを有するコントローラ的设计法を提案した。この方法は、制御工学的な観点から、ロボットの状態変数を得られた運動パターンへと引き込ませる入力を逆力学により求めるものであり、時間遅れを生じずに目標の運動を実現可能である。しかし、動力学的な観点によるため、人間とロボットの身体的な特性の差を強く受ける。そのため、得られた運動パターンをロボットの身体の力学特性に合致した運動へと変換することが必要である。

そこで本研究では、二つの異なる力学系の間をつなぐ状態空間写像を軌道アトラクタを有するコントローラと共に用いることで、

ロボットの運動を生成する方法を提案する。この方法は、写像によって二つの力学系の運動方程式の構造を一致させるものであり、この写像によって力学的に一致した運動の変換を行うものである。また、写像によってコントローラの変換も行うため、一方の力学系の運動を実現するコントローラが得られれば、他方の力学的に一致した運動を実現可能とする。

2. アトラクタを有するコントローラ的设计法

まず、アトラクタを有するコントローラ的设计法について述べる。いま、力学系の運動方程式を

$$\dot{\mathbf{x}} = \mathbf{f}(\mathbf{x}) + \mathbf{g}(\mathbf{x})u \quad (1)$$

とする。ただし、 \mathbf{x} は状態変数、 u は入力である。この力学系のある時刻の \mathbf{x} は状態空間内の一点で表わされ、周期運動における状態変数は閉軌道 Ξ を描く。岡田ら [4] は Fig.2 にあるように、状

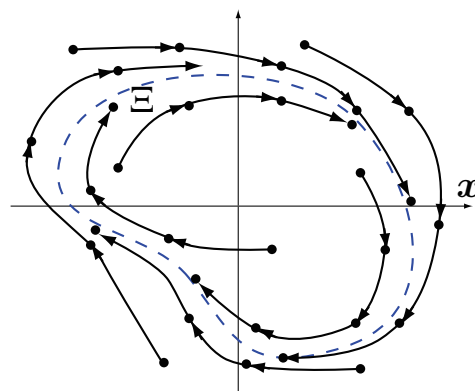


Fig.2 Vector field in state space

態空間内に Ξ に引き込まれる場を求め、この場を実現するコントローラを

$$u = \mathbf{h}(\mathbf{x}) \quad (2)$$

として求める方法を提案した。これにより、目標の運動 Ξ が自律的に実現される。

この方法では Ξ が力学的に実現可能、すなわち、 \mathbf{x} が Ξ に沿って動くための入力 u が存在することが仮定されている。しかし、人間とロボットの力学特性の差から、モーションキャプチャなどによって得られたデータがロボットで実現可能である可能性は極めて低い。そのため、 Ξ を力学的に一致したロボットの動きへと変換する必要がある。次章では、この方法について説明する。

3. 線形系における状態空間写像

3.1 力学構造を一致させる線形状態空間写像

まず、簡単のために線形系を用いて、提案する手法について述べる。以下の状態方程式で表される二つの線形力学系

$$\dot{\mathbf{x}}_1 = A_1 \mathbf{x}_1 + B_1 u_1 \quad (3)$$

$$\dot{\mathbf{x}}_2 = A_2 \mathbf{x}_2 + B_2 u_2 \quad (4)$$

を考える。これらの系について以下の仮定を設ける。

仮定 1 二つの系の状態変数は n 次元ベクトル、すなわち、 $\mathbf{x}_1, \mathbf{x}_2 \in R^n$ である。

仮定 2 二つの系は可制御である。

仮定 3 二つの系は 1 入力系、すなわち、 $u_1, u_2 \in R^1$ である。

このとき、以下の線形状態空間写像 T

$$\mathbf{x}_2 = T \mathbf{x}_1 \quad (5)$$

によって式 (3), (4) の力学構造を一致させることを考える。ただし、 T は正則な正方行列とする。まず、二つの系の極 (A_1, A_2 の固有値) を一致させるため、式 (3) を以下のように書き換える。

$$\dot{\mathbf{x}}_1 = (A_1 - B_1 K_1) \mathbf{x}_1 + B_1 v_1 = \tilde{A}_1 \mathbf{x}_1 + B_1 v_1 \quad (6)$$

$$v_1 = u_1 + K_1 \mathbf{x}_1 \quad (7)$$

ここで、 K_1 は状態フィードバックゲインであり、

$$\text{eig}(\tilde{A}_1) = \text{eig}(A_2) \quad (8)$$

を満たすものとする。仮定 1, 2 より、極配置により K_1 は得られる。このとき、式 (5) を用いて、式 (4) は

$$T \dot{\mathbf{x}}_1 = A_2 T \mathbf{x}_1 + B_2 u_2 \quad (9)$$

と書き換えられる。これより、式 (6) と (9) を見比べて、 T が

$$T \tilde{A}_1 = A_2 T \quad (10)$$

$$T B_1 = B_2 \quad (11)$$

を満たすとき、

$$u_2 = v_1 = u_1 + K_1 \mathbf{x}_1 \quad (12)$$

とすることで、二つの系の力学的構造は一致する。これにより、式 (3) の力学系の運動が式 (2) のコントローラによって生成されるとすると、式 (4) の系においてこれと力学的に一致する運動は

$$u_2 = h(T^{-1} \mathbf{x}_2) + K_1 T^{-1} \mathbf{x}_2 \quad (13)$$

によって生成される。

T の物理的意味について考察する。いま、 \tilde{A}_1, A_2 の固有値分解を

$$\tilde{A}_1 = T_1 \Lambda T_1^{-1}, \quad A_2 = T_2 \Lambda T_2^{-1} \quad (14)$$

とする。このとき、 $\hat{\mathbf{x}}_1 = T_1^{-1} \mathbf{x}_1$ 、 $\hat{\mathbf{x}}_2 = T_2^{-1} \mathbf{x}_2$ とすると、式 (6), (4) はそれぞれ

$$\dot{\hat{\mathbf{x}}}_1 = \Lambda \hat{\mathbf{x}}_1 + T_1^{-1} B_1 v_1 \quad (15)$$

$$\dot{\hat{\mathbf{x}}}_2 = \Lambda \hat{\mathbf{x}}_2 + T_2^{-1} B_2 u_2 \quad (16)$$

と同値変換される。これら二つの系を見比べ、 $\hat{\mathbf{x}}_1 = \hat{\mathbf{x}}_2 = \bar{\mathbf{x}}$ とすると、 T は式 (11) の条件から、

$$T = T_2 T_1^{-1} \quad (17)$$

と一致する。これらの関係は Fig.3 のように表される。 $\mathbf{x}_1, \mathbf{x}_2$ の状態空間はそれぞれ T_1^{-1}, T_2^{-1} によって共通空間 $\bar{\mathbf{x}}$ に写像される。同時に $\mathbf{x}_1, \mathbf{x}_2$ における運動も共通の運動に写像される。これにより、三つの空間における運動は全て力学的に一致した運動となる。

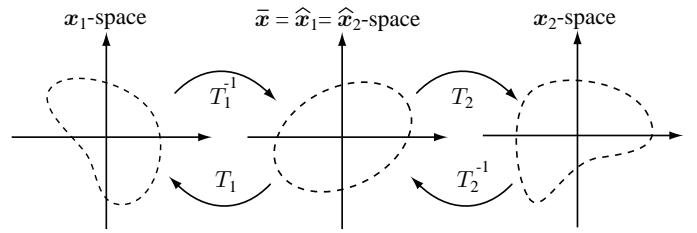


Fig.3 State-space mapping

また、 Λ は固有値を要素とする対角行列であることから、 $\bar{\mathbf{x}}$ の各要素 \bar{x}_i は独立である。すなわち、

$$\dot{\bar{x}}_i = \lambda_i \bar{x}_i + b_i u \quad (18)$$

の構造を持っており、 $\mathbf{x}_1, \mathbf{x}_2$ を固有値の等しいモードに分解していることに相当する。これより、仮定 1 が満たされなくても $\dim(\mathbf{x}_1) > \dim(\mathbf{x}_2)$ であれば、 \tilde{A}_1 の固有値の一部と A_2 の固有値を一致させることで、同様の状態空間写像が可能である。つまり、次元の高い力学系のコントローラが得られれば、これを次元の低い力学系のコントローラに用いることが可能である (ただし、その逆は不可)。

また、式 (10), (11) の連立方程式において、 $\tilde{A}_1, A_2, T \in R^{n \times n}$ 、 $B_1, B_2 \in R^n$ であることから、 $n^2 + n$ 本の方程式と、 n^2 個の未知数が存在する。しかし、式 (14) の固有値分解において、 T_i ($i = 1, 2$) の一般解 \tilde{T}_i は、ひとつの T_i と任意の数 α を用いて

$$\tilde{T}_i = \begin{bmatrix} \alpha_1 & & 0 \\ & \ddots & \\ 0 & & \alpha_n \end{bmatrix} T_i \quad (19)$$

と表されることから、未知数は $n^2 + n$ 個となる。すなわち、式 (10), (11) を満たす T は唯一解となる。

3.2 倒立振り子システムにおける運動の生成

前節で述べた方法を用い、倒立振り子システムの運動を生成する。ここでは、Fig.4 に表される二つの倒立振り子システムを考える。入

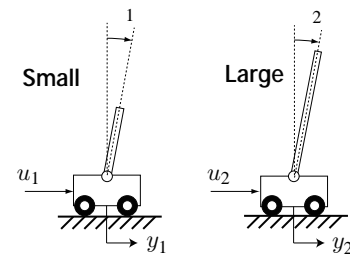


Fig.4 Inverted pendulum systems

力を u_i 、振り子の回転角を θ_i 、カートの変位距離を y_i とし、運動方程式を $\theta_i \approx 0$ 周りで線形近似することで線形力学系が得られる。なお、状態変数は

$$\mathbf{x}_i = [\theta_i \quad \dot{\theta}_i \quad y_i \quad \dot{y}_i]^T \in R^n \quad (20)$$

である。図のように振り子の長さが異なる二つのシステムを設定した。これらは前節の三つの仮定を満たしている。

まず、Small に対して最適レギュレータを用いてフィードバック安定化し、これに外部から適当な目標パターンを与えることで運動を生成した。次に、これを観測された運動 \mathbf{x} とし、式 (2) のコントローラを設計した。具体的に、 h として \mathbf{x}_1 のべき乗の多項式

$$h(\mathbf{x}_1) = a_0 + a_1 \mathbf{x}_1 + a_2 \mathbf{x}_1^2 + a_3 \mathbf{x}_1^3 + \dots \quad (21)$$

を用いた。ただし、 \mathbf{x}^n は、例えば $\mathbf{x} \in R^2$ の場合、各要素を用いて

$$\mathbf{x}^n = [x_1^n \quad x_1^{n-1} x_2 \quad x_1^{n-2} x_2^2 \quad \dots \quad x_1 x_2^{n-1} \quad x_2^n]^T \quad (22)$$

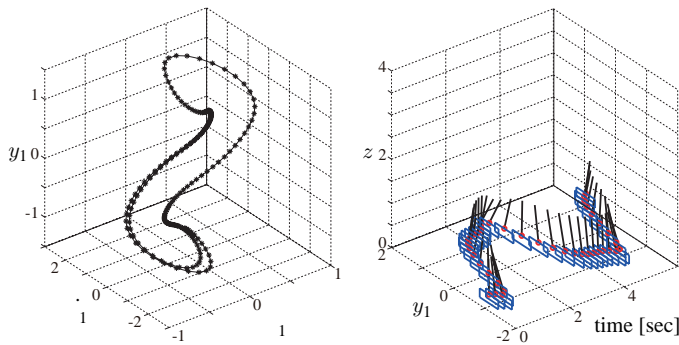


Fig.5 Motion of the small inverted pendulum

のように定義する。このときの倒立振り子 Small の動きを Fig.5 に示す。左図は状態空間における \mathbf{x}_1 の動き、右図はこのときの倒立振り子の動きを示している。ただし、表示の都合上、状態空間は $\theta_1, \dot{\theta}_1, y_1$ の 3 次元とした。これは振り子を安定化しながら、カートが左右へと移動する運動である。

次に、提案する手法により T を求め、式 (13) のコントローラを用いて倒立振り子 Large の運動を生成した。この結果を Fig.6 に示す。運動の振幅が変化するが、カートが左右へと移動する安定な運動が実現された。この結果から以下のことが導かれる。提案

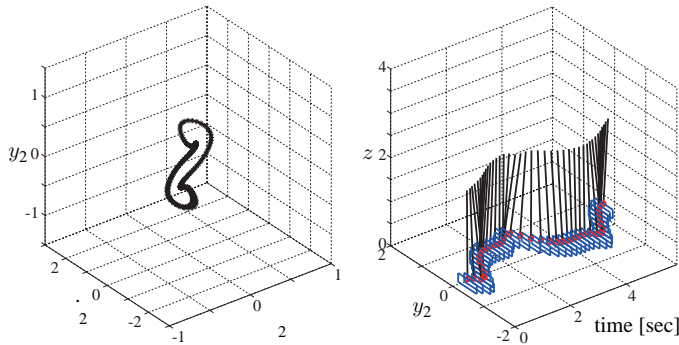


Fig.6 Motion of the large inverted pendulum

手法を用いたコントローラの設計により、

1. 新たな系に対して安定に運動を生成するコントローラが設計された。
2. Large の運動は Small の運動に比べ、振り子、カートの動きが小さくなった相似な形をしている。これは、倒立振り子の力学特性が振り子の長さに大きく依存することと一致する。
3. これらより、二つの運動は力学的に一致する運動であるといえる。

3.3 構造が大きく異なる系の運動生成

提案する手法は、仮定 1~3 が満たされれば、実世界での系の構造に依存しない。そこで、倒立振り子 Small の動きを Fig.7 に表される 2 質点ばね系へ変換する。なお、簡単のため $m_1 = m_2, k_1 = k_2$

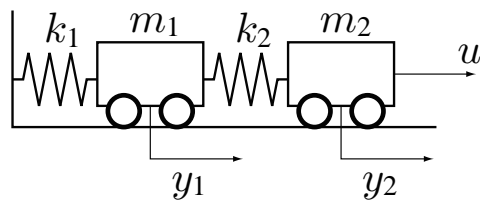


Fig.7 Two mass spring system

とした。また、状態変数は

$$\mathbf{x}_m = [y_1 \quad \dot{y}_1 \quad y_2 \quad \dot{y}_2]^T \quad (23)$$

となる。変換された運動を Fig.8 に示す。Fig.5 と同様、状態空間

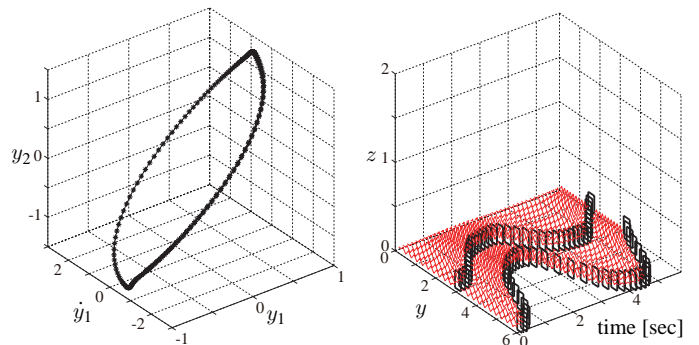


Fig.8 Motion of two mass spring system

は y_1, \dot{y}_1, y_2 の 3 次元空間とした。質点が移動する安定な運動が生成されている。この結果から、力学構造が大きく異なる場合でも提案手法によって運動が生成可能であるだけでなく、力学的に一致する運動を表すことができることが分かる。

4. 非線形系における状態空間写像

4.1 力学構造を一致させる非線形状態空間写像

異なる二つの非線形な力学系を

$$\dot{\mathbf{x}}_1 = f_1(\mathbf{x}_1) + g_1(\mathbf{x}_1)u_1 \quad (24)$$

$$\dot{\mathbf{x}}_2 = f_2(\mathbf{x}_2) + g_2(\mathbf{x}_2)u_2 \quad (25)$$

とし、これらの力学構造を一致させる状態空間写像

$$\mathbf{x}_2 = T(\mathbf{x}_1) \quad (26)$$

を考える。式 (26) の両辺を時間で微分すると

$$\dot{\mathbf{x}}_2 = \frac{\partial T(\mathbf{x}_1)}{\partial \mathbf{x}_1} \dot{\mathbf{x}}_1 \quad (27)$$

が得られるため、線形系の場合の式 (10), (11) に相当する条件は

$$\frac{\partial T(\mathbf{x}_1)}{\partial \mathbf{x}_1} f_1(\mathbf{x}_1) = f_2(T(\mathbf{x}_1)) \quad (28)$$

$$\frac{\partial T(\mathbf{x}_1)}{\partial \mathbf{x}_1} g_1(\mathbf{x}_1) = g_2(T(\mathbf{x}_1)) \quad (29)$$

で得られる。 $T(\mathbf{x}_1)$ を式 (21) と同様に

$$T(\mathbf{x}_1) = t_0 + t_1 \mathbf{x}_1 + t_2 \mathbf{x}_1^2 + t_3 \mathbf{x}_1^3 + \dots \quad (30)$$

のように \mathbf{x}_1 のべき乗の多項式として、係数 t_i を式 (28), (29) の方程式を満たすようにニュートン法によって求めることで、非線形状態空間写像が得られる。ただし、ここでは \mathbf{x}_1 の多くの代表点 (3 の近傍) を設定し、それらに対して式 (28), (29) を満たす $T(\mathbf{x}_1)$ を求める。また、このとき式 (25) のコントローラは

$$u_2 = h(T^{-1}(\mathbf{x}_2)) \quad (31)$$

によって得られる。ここで、 T^{-1} は T の逆関数を意味するが、 T を式 (30) のようにすることで逆関数を求めることは困難となる。そこで、先に T を求め、代表点 \mathbf{x}_1 に対応する \mathbf{x}_2 を求めた後に、 $\mathbf{x}_1 = T^{-1}(\mathbf{x}_2)$ を満たす T^{-1} を \mathbf{x}_2 のべき乗の多項式として求めることとした。

4.2 タップダンスロボットを用いた実験検証

提案する方法の有効性を、Fig.9 左に示すタップダンスロボットの運動生成で検証する。このロボットは大きさの異なる Small と Large の 2 体があり、Fig.9 右のように頭部リンクと脚部リンクの 2 リンク系でモデル化できる。頭部リンクをモータで振り、その慣性力を利用して脚部リンクを左右交互に接地させ、その場足踏み運動を行う。状態変数は胴体、頭部の回転角度 θ_1, θ_2 を用いて

$$\mathbf{x} = [\theta_1 \quad \dot{\theta}_1 \quad \theta_2 \quad \dot{\theta}_2]^T \quad (32)$$

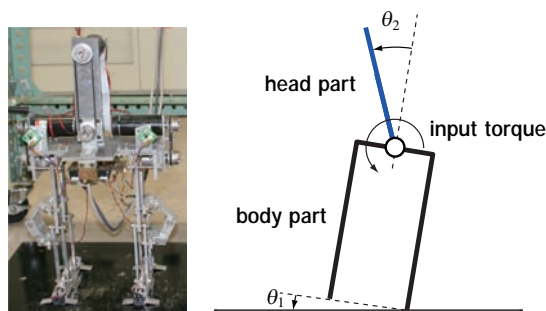


Fig.9 Tap dancing robot and its model

で表される。まず、SmallについてPD制御された θ_2 にサイン関数の目標値を与え、頭部リンクを振らすことで足踏み動作を行わせた。この運動は安定化されていないが、足踏みができた1周期分のデータを Ξ とし、これをアトラクタとする式(2)のコントローラを得た。このときのロボットの動き、および、状態変数の軌跡をFig.10に示す。

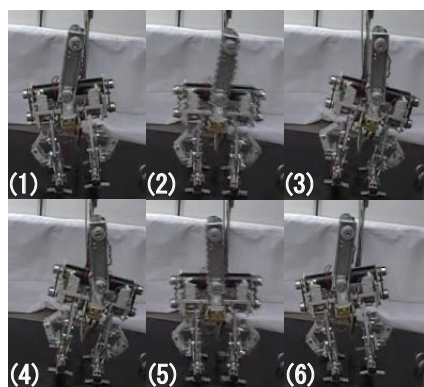
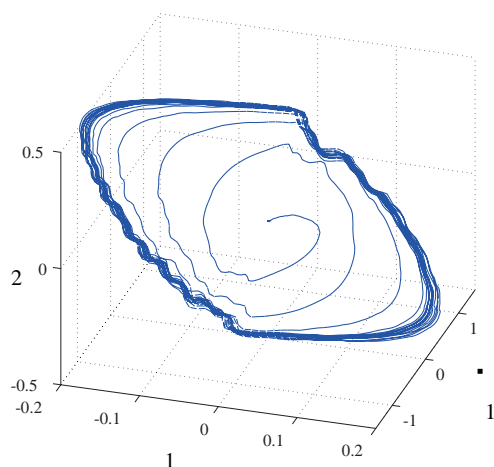


Fig.10 Tap dancing motion of small robot

次に、状態空間写像を求めSmallのコントローラをLargeのコントローラに変換し、運動を生成させた。このときの運動をFig.11に示す。この結果から、状態空間写像を用いて、Smallの運動からLargeの運動が生成されたことが分かる。

今回の実験では、SmallのコントローラをそのままLargeに用いても安定な運動が生成可能であった。ただし、その場合Smallの運動の足踏み周期とLargeの運動の足踏み周期は異なっていた。これに対し、状態空間写像を用いたコントローラではSmallの足踏み周期とほぼ等しいLargeの運動が生成された。この結果から、状態空間写像を用いることで力学的に一致した運動が生成されることが理解できる。

5. おわりに

本研究では、得られた既知の運動から状態空間写像を用いて新たなロボットの運動を生成することを目的として、状態方程式を

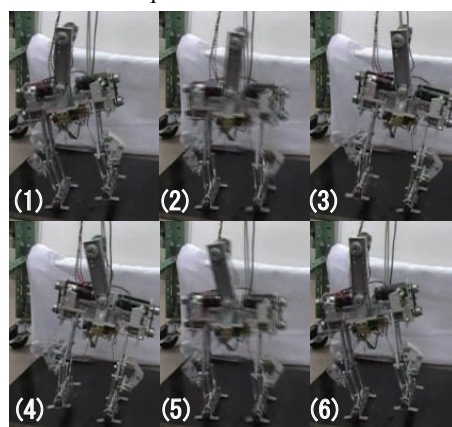
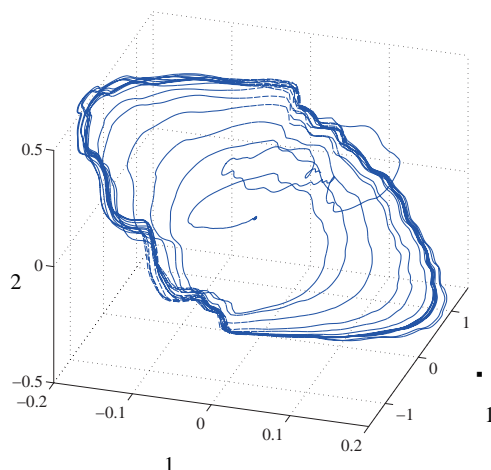


Fig.11 Tap dancing motion of large robot

力学的に一致させる状態空間写像を用いたコントローラ的设计法を提案した。以下に成果を示す。

1. 線形系の場合について、固有値分解に基づいた線形写像によって、状態方程式を力学的に一致させる手法、および、コントローラの変換手法を示した。また、倒立振子を用いたシミュレーションによって、本手法の有効性を示した。
2. 倒立振子の運動を2質点ばね系に変換し、力学構造が大きく異なるシステムに対しても、提案手法が有効であることを示した。
3. 線形系の場合を非線形系に拡張し、非線形状態空間写像によって、二つの状態方程式を力学的に一致させる方法、および、コントローラの変換手法を示した。
4. タップダンスロボットを用いた実験により、状態空間写像を用いることで力学的に一致した運動が生成可能であることを示した。

参考文献

- [1] A.J.Ijspeert, J.Nakanishi, T.Shibata, and S.Schaal. Nonlinear dynamical systems for imitation with humanoid robots. In *Proceedings of the IEEE-RAS International Conference on Humanoid Robots*, pp. 219-226, 2001.
- [2] B.Dariush, M.Gienger, A.Arumbakkam, Y.Zhu, B.Jian, K.Fujimura, and C.Goerick. Online transfer of human motion to humanoids. *International Journal of Humanoid Robotics*, Vol. 6, No. 2, pp. 265-289, June 2009.
- [3] K.Yamane, and Y.Nakamura. Dynamics filter - concept and implementation of on-line motion generator for human figures. *IEEE Transactions on Robotics and Automation*, Vol. 19, No. 3, pp. 421-432, 2003.
- [4] 岡田, 大里, 中村. 非線形力学系のアトラクタ設計によるヒューマノイドロボットの運動創発. 計測自動制御学会論文誌, Vol. 41, No. 6, pp. 533-540, 2005.