

# 多自由度系の低次数化アトラクタ設計と疑似目標値

## Controller Reduction of Attractor Design and Pseudo-Reference for Multiple Degree of Freedom System

正 渡辺将旭 (東工大), ゲンズーン ドン (東工大), 正 岡田昌史 (東工大)

WATANABE Masaaki, Tokyo TECH, watanabe@micro.mep.titech.ac.jp

NGUYEN Dung Dong, Tokyo TECH, nguyen.d.aa@m.titech.ac.jp

OKADA Masafumi, Tokyo TECH, okada@mep.titech.ac.jp

Dance teaching, sports teaching and rehabilitation require to transfer motion skills from a "teacher" to a "student". So far, we proposed a "Pseudo-Reference" based on attractor design method. The pseudo-reference is a virtual reference derived from a controller of an autonomous system. It does not always coincide with the measured posture but gives us the timing and amplitude of the input torque which represents knack of motion. However, for multiple degree of freedom systems, the controller is designed with a high order function and it is not easy to obtain an autonomous system. In this paper, we propose a reduced order controller design method of attractor. Based on the correlation of the measured data, the principal component analysis gives us dimension of the motion. The effectiveness of the reduced controller is evaluated by using the tap dancing robot, and pseudo-reference is applied to multiple degree of freedom system.

**Key Words:** motion transfer, pseudo-reference, attractor design, motion emergence

### 1. はじめに

人間が他者に運動を伝えるために、Fig.1 に表されるような運動の時系列の姿勢を表示する方法がある。この図は走り幅跳びの様子を示しており、各時刻における実演者の姿勢が連続的に示されている。しかし、単に瞬間の姿勢を表示したに過ぎず、運動を効果的に実行するための力の入れ具合といった力学的な要素が伝わりにくい。そのため、

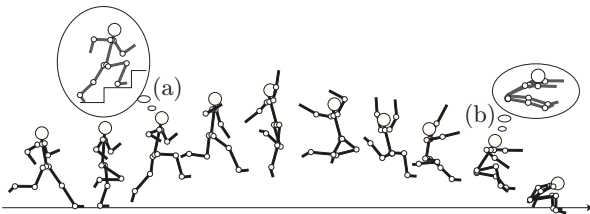


Fig.1 The sequence posture of long jump

(a)において「階段を駆け上がるように」や、(b)において「頭と脚を前に突き出すように」などの言葉で補足される。この補足を実際に絵にしてみれば、Fig.1-(a), (b) に示される姿勢と予想されるが、運動中の姿勢には現れない仮想的なものであり、熟練者の直感を含むため初心者には想像が難しい。さらに、この直感こそが運動を効果的に行うためのコツである場合が多く、この補足部分を明確化することが運動伝達の重要な要素であると言えるであろう。

この考えに基づき、我々はこれまでに疑似目標値を提案してきた [1]。この方法は、人間の運動を軌道アトラクタを有する自律制御系 [2] によってモデル化し、得られる非線形状態フィードバックコントローラの内部構造から仮想的な目標値を導き出すものであり、簡単な構造のロボットに対して運動中の力を入れるタイミングと量が明示的に得られることが示されている。しかし、これを人間のような多くの自由度を有する系に応用した場合、アトラクタを生成するための非線形コントローラ的设计は簡単ではなく、自律制御系が構成されにくい。一方、これまでにコントローラ

を低次元化する方法は制御理論の分野でも古くから研究されてきた [3] が、これは線形状態方程式で設計されたコントローラの低次元化方法であり、非線形状態フィードバックであるコントローラへの応用は難しい。これに対し、人間の運動は関節の動きの間の相関が強く空間的な低次元化が可能である場合が多い [4]。

そこで本研究では、人間の運動中における状態変数の相関に基づいてこれを低次元化することで、自律制御系におけるコントローラの低次数化設計法を提案し、これを用いた疑似目標値の生成法について述べる。まず、簡単な系において低次数化設計手法の有効性を示し、次に2次元平面に射影された人間の歩行運動の疑似目標値を生成する。

### 2. 軌道アトラクタの低次数化と疑似目標値

#### 2.1 軌道アトラクタに基づいた自律制御系の設計

参考文献 [2] では軌道アトラクタに基づいてロボットの運動を自律的に制御する方法が提案されている。本章では、この手法について簡単に示す。離散時間におけるロボットの運動方程式とコントローラを

$$\mathbf{x}[k+1] = \mathbf{f}(\mathbf{x}[k]) + \mathbf{g}(\mathbf{x}[k], \mathbf{u}[k]) \quad (1)$$

$$\mathbf{u}[k] = \mathbf{h}(\mathbf{x}[k]) \quad (2)$$

とする。ここで、 $\mathbf{x} \in \mathcal{R}^n$  はロボットの状態変数、 $\mathbf{u} \in \mathcal{R}^m$  はロボットへの入力、 $\mathbf{f}(\mathbf{x})$  は  $\mathbf{x}$  の非線形関数である。このとき、 $\mathbf{x}$  が状態空間におけるある閉軌道

$$\Xi = [\xi_1 \ \xi_2 \ \cdots \ \xi_N] \quad (\xi_{N+1} = \xi_1) \quad (3)$$

に引き込まれるよう、 $\mathbf{h}(\mathbf{x})$  を設計する。 $\Xi$  が実現可能、すなわち、 $\Xi$  を実現する入力列が存在するならば、この運動を実現するコントローラも存在する。このとき、 $\Xi$  は閉ループ系におけるアトラクタになる。なお、参考文献 [2] では式 (2) の非線形関数は、

$$\mathbf{x} = \begin{bmatrix} x_1 & \cdots & x_n \end{bmatrix}^T \quad (4)$$

Table 1 The value of  $L$  with respect to  $n$  and  $\ell$

$n \backslash \ell$	3	4	5	...	10
3	20	35	56		286
4	35	70	126		1001
5	56	126	252		3003
...					
17	1140	5985	26334		8436285

のとき,  $x$  の  $j$  次のべき多項式を

$$X_j = \begin{bmatrix} x_1^j & \cdots & x_n^j & x_1^{j-1}x_2 & \cdots \\ x_1^{j-2}x_2^2 & \cdots & x_1^{j-2}x_2x_3 & \cdots & \end{bmatrix}^T \quad (5)$$

と定義し,  $\ell$  次以下のべき多項式を用いて

$$\begin{aligned} \mathbf{u} &= \mathbf{a}_0 + \mathbf{a}_1 X_1 + \cdots + \mathbf{a}_\ell X_\ell \\ &= \Theta \phi(\mathbf{x}) \end{aligned} \quad (6)$$

として設計している.  $\mathbf{a}_i$  ( $i = 1, \dots, \ell$ )  $\in \mathcal{R}^m$  は多項式の係数ベクトルであり,  $\Theta$  はこれらを並べた係数行列である.  $\Theta$  は状態空間内に多数の実現可能な  $(\mathbf{u}_i, \mathbf{x}_i)$  を求め,

$$\Theta = U\Phi^\# \quad (7)$$

$$U = \begin{bmatrix} \mathbf{u}_1 & \mathbf{u}_2 & \cdots & \mathbf{u}_N \end{bmatrix} \quad (8)$$

$$\Phi = \begin{bmatrix} \phi(\mathbf{x}_1) & \phi(\mathbf{x}_2) & \cdots & \phi(\mathbf{x}_N) \end{bmatrix} \quad (9)$$

の最小2乗近似する値として得られる. ただし,  $[\cdot]^\#$  はムーアペンローズ型の擬似逆行列を意味する.

## 2.2 擬似目標値の設計

軌道アトラクタにより運動を創発する制御系の場合には, 運動の目標パターンは陽に存在しない. そこで, 自律制御系を線形系と比較をすることで擬似的な目標値を導く方法 [1] を示す. アトラクタを用いた制御系では  $t \rightarrow \infty$  で状態変数  $x$  が  $\Xi$  に一致するが, 線形制御系を用いても  $t \rightarrow \infty$  において  $x = \xi$  となるようなフィードバックを持つ1自由度制御系と2自由度制御系 [5] が存在する. これらの比較により, 擬似目標値  $x^{ref}$  は以下の式により求められる.

$$x^{ref} = - \left( \frac{\partial h(\mathbf{x})}{\partial \mathbf{x}} \right)^\# h(\mathbf{x}) + \mathbf{x} + \left( \frac{\partial h(\mathbf{x})}{\partial \mathbf{x}} \right)^\perp \alpha \quad (10)$$

## 2.3 コントローラの低次数化

式 (6) の多項式の項数  $L$  は,  $\dim \mathbf{x} = n$  を用いて

$$L = 1 + \sum_{i=1}^{\ell} n H_i = \sum_{i=0}^{\ell} \frac{(n+i-1)!}{(n-1)!i!} \quad (11)$$

で表される.  $n$  と  $\ell$ ,  $L$  の関係を Table 1 に示す. このように,  $n$ ,  $\ell$  の増加と共に  $L$  の数は急増するため, 主成分分析を用いてこれを低次数化する. 式 (6) の2次以上の項について線形写像 (射影)  $T \in \mathcal{R}^{r \times n}$  ( $r < n$ ) を用いて

$$\hat{\mathbf{x}} = T\mathbf{x} \quad (12)$$

のように低次数化し, 状態  $x$  を全て観測可能とする (可観測性を維持する) ために  $x$  の0次, 1次の項はそのまま残

すことで, 低次数化コントローラを

$$\hat{\mathbf{x}} = \begin{bmatrix} \hat{x}_1 & \cdots & \hat{x}_r \end{bmatrix}^T \quad (13)$$

$$\hat{X}_j = \begin{bmatrix} \hat{x}_1^j & \cdots & \hat{x}_r^j & \hat{x}_1^{j-1}\hat{x}_2 & \cdots \\ \hat{x}_1^{j-2}\hat{x}_2^2 & \cdots & \hat{x}_1^{j-2}\hat{x}_2\hat{x}_3 & \cdots & \end{bmatrix}^T \quad (14)$$

$$\begin{aligned} \mathbf{u} &= \hat{\mathbf{a}}_0 + \hat{\mathbf{a}}_1 \hat{X}_1 + \cdots + \hat{\mathbf{a}}_\ell \hat{X}_\ell \\ &= \hat{\Theta} \hat{\phi}(\mathbf{x}, T) \end{aligned} \quad (15)$$

として設計する. 例えば  $n = 17$ ,  $\ell = 4$  のとき, Table 1 より項数は  $L = 5985$  であるが,  $m$  による項数  $\hat{L}$  の変化は Table 2 のようになる. このように,  $r$  によって項数を大き

Table 2 The value of  $\hat{L}$  with respect to  $r$

$r$	4	5	6	...	10	...	16
$n = 17$ $\ell = 4$	83	138	221	...	1008	...	4846

く減少させることが可能である. このとき  $T$  は参照軌道  $\Xi$  の主成分分析によって求める. 以下の特異値分解を考える.

$$\Xi = USV^T \quad (16)$$

$$= \begin{bmatrix} U_1 & U_2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} S_1 & 0 \\ 0 & S_2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V_1^T \\ V_2^T \end{bmatrix} \quad (17)$$

$$S_1 = \text{diag}\{s_1 \ s_2 \ \cdots \ s_r\} \quad (18)$$

$$S_2 = \text{diag}\{s_{r+1} \ s_{r+2} \ \cdots \ s_n\} \quad (19)$$

において,  $s_r \gg s_{r+1}$  を仮定すると  $T$  は

$$T = U_1^T \quad (20)$$

によって得られる. このとき, 多項式の項数は

$$\hat{L} = 1 + n + \sum_{i=2}^{\ell} r H_i = 1 + n + \sum_{i=2}^{\ell} \frac{(r+i-1)!}{(r-1)!i!} \quad (21)$$

となる. さらに, 式 (7) に対応する式は

$$\hat{\Theta} = U\hat{\Phi}^\# \quad (22)$$

$$\hat{\Phi} = \begin{bmatrix} \hat{\phi}(\mathbf{x}_1, T) & \hat{\phi}(\mathbf{x}_2, T) & \cdots & \hat{\phi}(\mathbf{x}_N, T) \end{bmatrix} \quad (23)$$

となり,  $\hat{L} < L$  であるから,  $\Phi \in \mathcal{R}^{L \times N}$  に対して  $\hat{\Phi} \in \mathcal{R}^{\hat{L} \times N}$  の行列の大きさが小さくなる. 擬似逆行列は

$$\Phi^\# = \Phi^T (\Phi\Phi^T)^{-1} \quad (24)$$

であることから, 逆行列を計算すべき行列 ( $\Phi\Phi^T$ ) の大きさが小さくなるため, コントローラ設計のための計算量が減少する.

## 3. タップダンスロボットにおける低次数化

### 3.1 コントローラの低次数化設計

本章ではコントローラの低次数化設計を, Fig.2 に示すタップダンスロボットを用いて検証する. このロボットは Fig.2 の様に上部部に設置したモータによりトルク  $\tau$  を発生させて上部部を回転させ, その反力により胴体部を左右

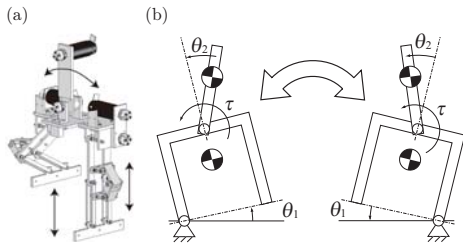


Fig.2 (a) Tap dancing robot[6], and (b) Motion and modeling of tap dancing robot

に振る動作により、接地する足を踏み変えるタップダンス運動をするものである。また状態変数  $x$  は、胴体部回転角  $\theta_1$  とその回転角速度  $\dot{\theta}_1$ 、上部部回転角  $\theta_2$  とその回転角速度  $\dot{\theta}_2$  を用いて、

$$x = [x_p \quad x_v]^T \in \mathcal{R}^4 \quad (25)$$

$$x_p = [\theta_1 \quad \theta_2]^T \quad (26)$$

$$x_v = [\dot{\theta}_1 \quad \dot{\theta}_2]^T \quad (27)$$

により構成される。式(3)の $\Xi$ を得るために、PD制御された  $\theta_2$  にステップ目標値を繰り返し与え頭部を振ることで運動を行わせた。この運動は安定な運動ではないが、1周期分のデータを $\Xi$ とし、ロボットの運動方程式に基づいて、 $\Xi$ をアトラクタとするコントローラを設計する。

### 3.2 低次数化コントローラを用いた擬似目標値

軌道アトラクタをなすコントローラを提案する低次数化を用いて設計する。まず、Table.3にはタップダンスロボットの場合における、多項式の項数と低次数化の項数を示している。 $\ell$ を変えてアトラクタを設計したところ、3次以上の多項式を用いた時に低次数化の有無に関わらず運動を安定化することができる。そこで、 $\ell = 4$ を用いてコントローラの設計を行う。

Table 3 The value of  $L$  and  $\hat{L}$  with respect to  $\ell$

Exponential number $\ell$	2	3	4
Number of terms $L$	15	35	70
(Original controller $n = 4$ )	failed		
Number of terms $\hat{L}$	11	21	36
(Reduced controller $n = 4, r = 3$ )	failed		

次に、設計したコントローラを用いて擬似目標値を生成する。式(10)の  $\alpha$  を定めるために、以下の評価関数  $J_t$  を用いた。

$$J_t = \|W_1(x_p^{ref} - x_p)\|^2 + \|W_2 x_v^{ref}\|^2 \quad (28)$$

ただし、 $W_1, W_2$  は重み行列を表す。式(28)の右辺第一項は運動中に擬似目標値の姿勢  $x_p^{ref}$  が大きく変化することを避けるために、 $x_p^{ref}$  を  $x_p$  の近くに配置するための評価である。また第二項は、擬似目標値を姿勢のみの情報として提示するために、擬似目標値の速度  $x_v^{ref}$  を零に近づけるための評価である。

提案した方法によりアトラクタを設計し擬似目標値を生成した結果を以下に示す。Fig.3には従来のアトラクタ設計法を用いてコントローラを設計、Fig.4は低次数化によりコントローラを設計した結果である。ただし、どちらも

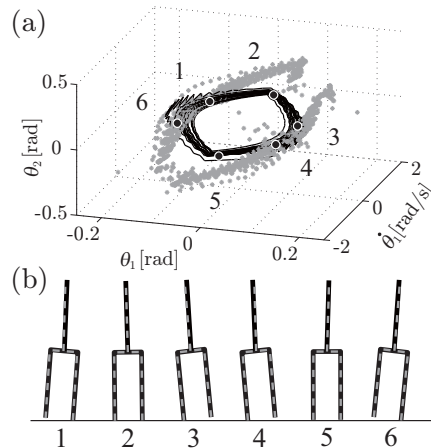


Fig.3 Tap dancing motion and pseudo-reference with original controller

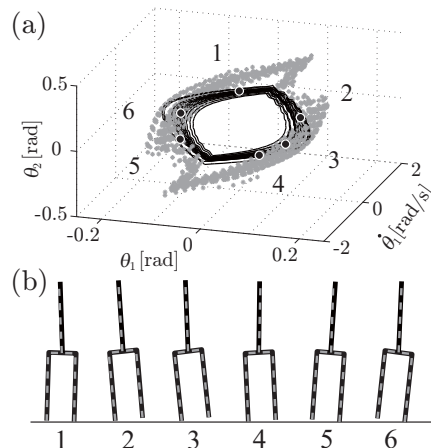


Fig.4 Tap dancing motion and pseudo-reference with reduced controller

(a)は  $\theta_1, \dot{\theta}_1, \theta_2$  の空間であり、実線は状態変数  $x$  の軌跡、灰色の  $\bullet$  は擬似目標値の軌跡を表し、(b)には各番号の時のロボットの姿勢(実線)と得られた擬似目標値(点線)を表している。これらの結果より、低次数化を行った場合も従来法と同様にタップダンス運動を実現できることがわかる。また、低次数化の有無によらず生成されるほぼ同じ位置を示しているため、提案手法を擬似目標値を容易に設計するための方法として用いることができることを示している。

## 4. 多自由度系の擬似目標値

### 4.1 歩行動作のモデル化

本章では、Fig.5の人の脚の平面多リンク系において、低次数化を用いてアトラクタを設計することで擬似目標値を生成する。また、状態変数は胴体リンクの絶対座標からみた位置を  $x_0, y_0$ 、胴体リンクの鉛直方向からの角度を  $\theta_0$ 、上部リンクからみた相対角度を  $\theta_i (i = 1, 2, 3, 4, 5, 6)$  とし、



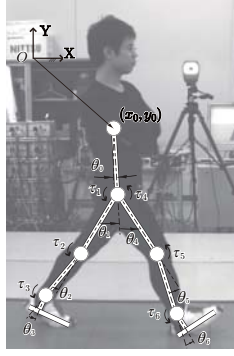


Fig.5 Legged dynamical model

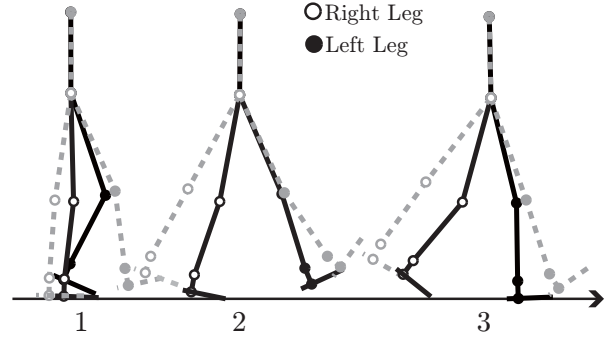


Fig.6 Human half locomotion and its pseudo-reference

入力は各関節に加わるトルクを Fig.5 のように定義することで、

$$\mathbf{x} = [\mathbf{x}_p \quad \mathbf{x}_v]^T \in \mathcal{R}^{18} \quad (29)$$

$$\mathbf{x}_p = [x_0 \quad y_0 \quad \theta_0 \quad \cdots \quad \theta_6]^T \quad (30)$$

$$\mathbf{x}_v = [\dot{x}_0 \quad \dot{y}_0 \quad \dot{\theta}_0 \quad \cdots \quad \dot{\theta}_6]^T \quad (31)$$

$$\mathbf{u} = [\tau_1 \quad \tau_2 \quad \tau_3 \quad \tau_4 \quad \tau_5 \quad \tau_6]^T \in \mathcal{R}^6 \quad (32)$$

とする．軌道アトラクタに基づく制御系では状態変数の軌道が周期的であることが必要であるが，歩行動作の進行方向の座標  $x_0$  は単調増加である．そのため，式 (15) のコントローラは  $\mathbf{x}_p$  から  $x_0$  を除いた

$$\bar{\mathbf{x}} = [\bar{\mathbf{x}}_p \quad \mathbf{x}_v]^T \in \mathcal{R}^{17} \quad (33)$$

$$\bar{\mathbf{x}}_p = [y_0 \quad \theta_0 \quad \cdots \quad \theta_6]^T \quad (34)$$

と，提案した低次数化を用いて求めている．また，式 (3) の  $\Xi$  は人間の歩行動作をモーションキャプチャにより獲得し矢状面へ射影することで獲得し，線形写像  $T$  を求めた．

#### 4.2 低次数化コントローラを用いた歩行動作の擬似目標値

次に，モデル化された脚モデルを用いて歩行の擬似目標値を生成する．Table.4 には脚モデルの場合における，多項式の次数と項数を示している．低次数化により項数が大

Table 4 The value of  $L$  and  $\hat{L}$  with respect to  $\ell$

Exponential number $\ell$	4
Number of terms $L$ (Original controller $n = 17$ )	5985
Number of terms $\hat{L}$ (Reduced controller $n = 17, r = 5$ )	138

きく減少した．以下では， $\ell = 4, r = 5$  で低次数化を行うことで，コントローラ設計と擬似目標値を生成した．また，式 (10) の  $\alpha$  を定めるために，タップダンスロボットの場合と同様に以下の評価関数  $J_l$  を用いた．

$$J_l = \|W_1(\bar{\mathbf{x}}_p^{ref} - \bar{\mathbf{x}}_p)\|^2 + \|W_2\mathbf{x}_v^{ref}\|^2 \quad (35)$$

ただし， $W_1$  は特に胴体リンクの傾き  $\theta_0^{ref}$  を  $\theta_0$  に近づける重み行列， $W_2$  は擬似目標値の速度  $\mathbf{x}_v^{ref}$  を零に近づける

ための重み行列を用いた．支持脚の変化に対して歩行は対称な動作であるため，Fig.6 では歩行の半周期の結果を示す．モーションキャプチャにより獲得した歩行の姿勢を黒実線で表し，灰色破線でこの運動の時の擬似目標値を示している．またどちらの場合も，右脚関節を白抜きにしている．この際，歩行の姿勢と擬似目標値の姿勢の比較を容易にするために，腰関節 ( $\theta_1, \theta_4$  の回転中心) が一致するように表示し，速度情報は表示していない．この結果から，歩行の擬似目標値において重要なことは，遊脚を前方へ振り出して次の一步を踏むための準備をすることと，支持脚で大きく蹴り出して推進力を出すことであるといえる．

#### 5. おわりに

本論文では，多自由度ロボットで自律制御系を獲得するため，軌道アトラクタをに基づくコントローラ設計を低次数化を用いて設計する方法を提案し，擬似目標値を生成して有効性を検証した．得られた結果を以下に示す．

1. 軌道アトラクタに基づく制御系のコントローラを低次数化を用いて設計する方法を提案した．
2. タップダンスロボットの運動に応用し，低次数化コントローラを用いて運動が実現できることを示した．
3. 提案手法をタップダンスロボットと脚モデルに応用し，有意な擬似目標値が生成できることを示した．

#### 謝辞

本研究は，科学技術振興機構 CREST「パラサイトヒューマンネットによる五感情報通信と環境センシング・行動誘導」の支援を受けた．

#### 文献

- [1] 渡辺, 岡田. 軌道アトラクタに基づく運動の分節化のための仮想目標値. 第 27 回日本ロボット学会学術講演会 (RSJ 27th), pp. 1L3-03(CD-ROM), 2009.
- [2] 岡田, 大里, 中村. 非線形力学系のアトラクタ設計によるヒューマノイドロボットの運動創発. 計測自動制御学会論文誌, Vol. 41, No. 6, pp. 533-540, 2005.
- [3] B.D.O.Anderson and Y.Liu. Controller reduction : Concepts and approaches. *IEEE Trans. on Automation and Control*, Vol. 34, No. 8, pp. 802-812, 1989.
- [4] 岡田昌史. 力学系を用いた時系列データの空間的・時間的圧縮とロボットの運動創発への応用. システム/制御/情報, Vol. 54, No. 1, pp. 22-27, 2010.
- [5] T.Sugie and T.Yoshikawa. General solution of robust tracking problem in two-degree-of-freedom control system. *IEEE Transaction on Automatic Control*, Vol. AC-31, No. 6, pp. 552-554, June 1986.
- [6] M. Okada and K. Murakami. Robot communication principal by motion synchronization using orbit attractor. In *Proc. of the IEEE International Conference on Robotics and Automation (ICRA'07)*, pp. 2564-2569(CD-ROM), 2007.