

## ベクトル場を利用した仮想ポテンシャルの設計とロボットの平衡多様体への安定化

Design of virtual potential using vector field  
and its application to robot control on equilibrium manifold

○学 岡本 裕 正 土方 亘 正 岡田 昌史

Yutaka OKAMOTO, Tokyo Institute of Technology, okamoto.y.ai@m.titech.ac.jp

Wataru HIJIKATA, Tokyo Institute of Technology

Masafumi OKADA, Tokyo Institute of Technology

For a robot that works in shared space with human, collision avoidance control or impact absorption control will be required for the safety issues. Compliance control will be an effective way for impact absorption without any additional sensors, however, it sometimes yields second collision because the robot is controlled to come back to the equilibrium point. To avoid the re-collision, the robot has to change its position i.e. it has to be controlled to another equilibrium. In this paper, we propose a controller design method that stabilizes the robot to equilibrium manifold. A virtual potential is defined so that it has stationary region on the specified equilibrium manifold, and a controller is designed based on the gradient of the potential. The proposed method is evaluated through simulations and experiments using prototyped double inverted pendulum system.

**Key Words:** Equilibrium Manifold, Vector Field, Virtual Potential, Double Inverted Pendulum

## 1 はじめに

人と機械が同じ空間で作業する場合、機械は人との接触等の力を受けることを考慮に入れた制御が必要となる。加えてその制御方法は、人への被害を避けるべく、機械が姿勢を変化させて衝突を回避することが必要であろう。例として、Fig.1に示すような荷物を保持しているロボットに人が衝撃を与える場合を考える。衝撃は、ロボットが荷物を保持する入力に対して外乱となる。このとき、姿勢制御のゲインを十分に大きくしておけば外乱の影響を受けにくくなるが、人に大きな力が加わり、ロボットが被害を与える可能性がある。コンプライアンス制御 [1] を用いれば衝撃は小さくなるが、衝突後に元の姿勢に戻るため再度衝突が起こる。このような場合に、Fig.2で示されるようにロボットが姿勢を変えそこに留まれば、ロボットの力が人に加わらなくなり、被害がなくなる。これを実現するためには、ロボットが荷物を持つ複数の平衡点を多くもつ制御が必要となる。

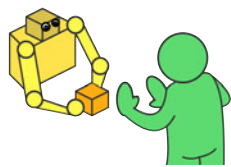


Fig.1 Human interaction

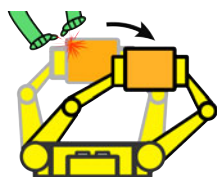


Fig.2 Collision avoidance by change of robot position

複数の平衡点、つまり平衡多様体への安定化制御は、南ら [2] がアクロロボットに対して角運動量を一般化座標としたものによるものと、林ら [3] のベクトル場を利用して関数近似からコントローラを得るものがある。前者では、制御対象の平衡多様体全域に対する安定化は可能であるが、平衡多様体の所望の部分集合への安定化が難しい。一方後者では、ベクトル場設計の際に利用する評価関数と物理現象の結びつきが弱く、所望の姿勢に辿り着けない場合が考えられる。

本研究では、林らの手法に明確な評価関数を設定し、目標とする平衡多様体が停留領域となる仮想ポテンシャルの設計を行う。また、設計した仮想ポテンシャルの勾配に対して、関数近似を行うことによりコントローラの設計を行い、ロボットが人と接触した場合に姿勢を変化させて留まる制御系の設計を行う。さらにその手法を実験によって検証する。

## 2 ベクトル場を用いた仮想ポテンシャルの設計法

## 2.1 設計手法の概要

本研究では、対象とするシステムの運動方程式が、一般化座標を  $\theta$ 、入力を  $u$  として、

$$\dot{x} = f(x) + g(x)u, \quad x = [\theta^T \dot{\theta}^T]^T \quad (1)$$

で表され、 $\dot{x} = 0$  を満たす  $x$  と  $u$  の組  $(x_{\text{ref}}, u_{\text{ref}})$  を複数持ち、これが平衡多様体  $M_{\text{all}}$  をなすとする。このシステムに以下の方針によりコントローラを設計する。

目標とする  $M_{\text{all}}$  の部分集合  $M$  の近傍から、システムの初期状態を選ぶ。これを始点とし、その点に対応した終点を  $M$  から 1 つ求める。求める基準として評価関数を設定し、 $M$  の中でこの評価関数が最小となる点を終点として選ぶ。次に、始点から終点への時間応答を同様の評価関数から求める。この作業を、複数の始点に対して行うことで、 $M$  周りの状態空間にベクトル場を設計する。以上から、 $M$  を停留領域とした仮想ポテンシャルとその勾配としてのベクトル場を設計できる。

## 2.2 コントローラの設計アルゴリズム

## 2.2.1 始点と終点の決定

1. 設定した始点  $x_s$  に対して、 $M$  の中から終点  $x_e$  の候補を 1 つ選ぶ。
2. 選んだ  $x_e$  とそのときの入力  $u_e$  周りで式 (1) を線形化し、状態方程式

$$\Delta \dot{x} = A \Delta x + B \Delta u \quad (2)$$

$$\Delta x = x - x_e, \quad \Delta u = u - u_e \quad (3)$$

を求める。

3. 式 (2) を用いて, 評価関数

$$J = \int_0^{\infty} (\Delta \mathbf{x}^T Q \Delta \mathbf{x} + \Delta \mathbf{u}^T R \Delta \mathbf{u}) dt \quad (4)$$

の最小値を計算する. ただし  $Q, R$  は重み行列であり, 与えられているとする. この  $J$  の最小値  $\hat{J}$  は, 式 (2) と  $J$  の重み行列から得られるリッカチ方程式

$$X A + A^T X - X B R^{-1} B^T X + Q = 0 \quad (5)$$

の解  $X$  を用いることで,

$$\hat{J} = \Delta \mathbf{x}_s^T X \Delta \mathbf{x}_s \quad (6)$$

$$\Delta \mathbf{x}_s = \mathbf{x}_s - \mathbf{x}_e \quad (7)$$

と求めることができる. また入力  $\Delta \mathbf{u}$  は

$$\Delta \mathbf{u} = -R^{-1} B^T X \Delta \mathbf{x} = -K \Delta \mathbf{x} \quad (8)$$

で与えられる.

4.  $\mathcal{M}$  の中で,  $\hat{J}$  が最小となる  $\mathbf{x}_e$  を求める.

この作業を複数の始点に対して行い, 対となる終点を定める.

### 2.2.2 時間応答の導出

始点  $\mathbf{x}_s$  と終点  $\mathbf{x}_e$  の組が求まったので, その間の時間応答を求める. 式 (2) に式 (8) を代入すると,

$$\Delta \dot{\mathbf{x}} = A \Delta \mathbf{x} - B K \Delta \mathbf{x} = (A - B K) \Delta \mathbf{x} \quad (9)$$

となるので,  $\Delta \mathbf{x}$  の解は

$$\Delta \mathbf{x} = e^{\bar{A} t} \Delta \mathbf{x}_s \quad (10)$$

$$\bar{A} = A - B K \quad (11)$$

で得られる. 同様にして, 全ての始点と終点の組における時間応答を求める.

### 2.3 仮想ポテンシャルとしてのベクトル場の導出

全ての始点と終点の組における時間応答を求めると, 式 (8) と式 (10) より  $\mathcal{M}$  周りの状態空間において, 状態変数と入力  $(\mathbf{x}, \mathbf{u})$  から成るベクトル場を定義できる. このベクトル場はシステムの状態が  $\mathcal{M}$  に引き込まれるよう定義されており, 加えてその引き込み方は, 始点から見て  $\mathcal{M}$  の中で評価関数が最小となる軌道である. つまり, 構成されたベクトル場が  $\mathcal{M}$  上で停留領域を持つよう評価関数で定義された仮想ポテンシャルに相当することを意味する.

### 2.4 設計したベクトル場を用いたコントローラ設計

求めた点  $(\mathbf{x}_k, \mathbf{u}_k)$  から関数近似によってコントローラを設計する. いま, 設計するコントローラを

$$\mathbf{u} = \mathbf{a}_0 + \mathbf{a}_1 \mathbf{x} + \mathbf{a}_2 \mathbf{x}^2 + \cdots + \mathbf{a}_\ell \mathbf{x}^\ell \quad (12)$$

のように  $\mathbf{x}$  の  $\ell$  次多項式で定義する. 式 (12) を

$$\mathbf{u} = \Theta \phi(\mathbf{x}) \quad (13)$$

$$\Theta = [\mathbf{a}_0 \quad \mathbf{a}_1 \quad \cdots \quad \mathbf{a}_\ell], \quad \phi(\mathbf{x}) = \begin{bmatrix} 1 \\ \mathbf{x} \\ \mathbf{x}^2 \\ \vdots \\ \mathbf{x}^\ell \end{bmatrix} \quad (14)$$

と書くと,

$$U = \Theta \Phi \quad (15)$$

$$U = [\mathbf{u}_1 \quad \mathbf{u}_2 \quad \cdots \quad \mathbf{u}_N] \quad (16)$$

$$\Phi = [\phi(\mathbf{x}_1) \quad \phi(\mathbf{x}_2) \quad \cdots \quad \phi(\mathbf{x}_N)] \quad (17)$$

が得られ, これより  $\Phi$  の擬似逆行列  $\Phi^\#$  を用いて

$$\Theta = U \Phi^\# \quad (18)$$

によりコントローラのパラメータ  $\Theta$  が得られる.

## 3 設計手法のロボットへの適用

### 3.1 ロボットの力学解析

#### 3.1.1 運動方程式

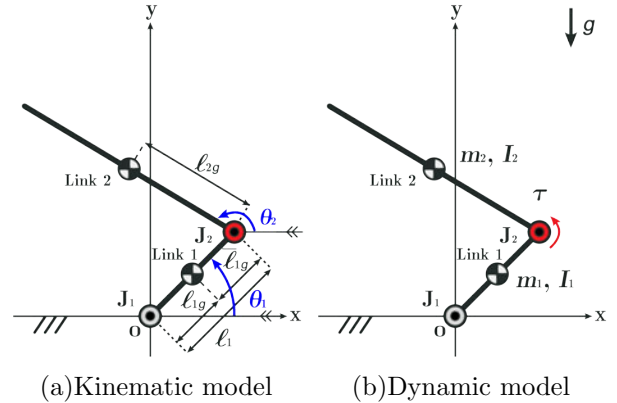


Fig.3 Kinematic and dynamic robot model

対象を Fig.3 のように  $J_1$  を受動対偶,  $J_2$  を能動対偶とする 2 重倒立振子とする. このロボットのパラメータを Fig.3 で定義する.  $J_2$  での発生トルク  $\tau$  を入力として運動方程式は,

$$M(\theta) \begin{bmatrix} \ddot{\theta}_1 \\ \ddot{\theta}_2 \end{bmatrix} + D(\theta, \dot{\theta}) = F(\theta, \tau) \quad (19)$$

で得られる. ただし,  $S_i = \sin \theta_i, C_i = \cos \theta_i (i = 1, 2)$  として,

$$M(\theta) = \begin{bmatrix} I_1 + m_1 l_{1g}^2 + m_2 l_1^2 & m_2 l_1 l_{2g} (S_1 S_2 + C_1 C_2) \\ m_2 l_1 l_{2g} & I_2 + m_2 l_{2g}^2 (S_1 S_2 + C_1 C_2) \end{bmatrix} \quad (20)$$

$$D(\theta) = \begin{bmatrix} m_2 l_1 l_{2g} (S_1 C_2 - C_1 S_2) \dot{\theta}_2^2 \\ m_2 l_{2g}^2 (S_1 C_2 - C_1 S_2) \dot{\theta}_2^2 \end{bmatrix} \quad (21)$$

$$F(\theta) = \begin{bmatrix} -(m_1 + m_2) g l_{1g} C_1 - m_2 g l_{1g} C_1 - \tau \\ -m_2 g l_{2g} C_2 + \tau \end{bmatrix} \quad (22)$$

である.

#### 3.1.2 ロボットの平衡多様体の導出

まずロボットが持つ平衡多様体  $\mathcal{M}_{\text{all}}$  を求める. 式 (19) から平衡多様体は,

$$\theta_{2,\text{ref}} = \cos^{-1} \left( -\frac{m_1 l_{1g} \cos \theta_{1,\text{ref}} + m_2 l_1 \cos \theta_{1,\text{ref}}}{m_2 l_{2g}} \right) \quad (23)$$

$$\tau = m_2 g l_{2g} \cos \theta_{2,\text{ref}} \quad (24)$$

として  $\theta_1$  の関数で得られる.

#### 3.1.3 提案手法によるコントローラの設計

式 (23), (24) より  $\mathcal{M}$  をロボットの姿勢が  $\theta_{1,\text{ref}} = 60^\circ \sim 80^\circ$  のときを選び, コントローラを設計した. まず,  $\mathcal{M}$  に対する始点と終点を決定する. 始点の数を  $N = 18000$  とした. その 1 つの始点に対する終点を決定する様子を Fig.4 に示す. 式 (23), (24) の平衡多様体  $\mathcal{M}_{\text{all}}$  が黒色の破線, 選んだ平衡多様体  $\mathcal{M}$  が黒色の実線である. まず始点 A に対し,  $\mathcal{M}$  から終点の候補である点 B を取る. 次に式 (6) の 2 値探索を行い  $J$  を最小化する  $\mathbf{x}_e$  を求める. このときの探索の様子を図の青色の点と矢印で示す. 矢印の向きに沿って終点の候補が動き, 最終的に点 C に収束している. この作業を設定した全ての始点に対して行う.

次に, 始点から終点への時間応答を式 (10) を用いて求める. Fig.4 における緑色の曲線は決定した始点と終点の組から求めた時間応答である. この作業を始点と終点の組全てに対して行う. その求めた時間応答の一部を Fig.5 に示す.  $\mathcal{M}_{\text{all}}$  が黒色の破線,  $\mathcal{M}$  が黒色の実線, 始点が赤色の点, 終点が緑色の点である. 赤色の点と緑色の点を結ぶ曲線群が時間応答である. 見やすさのため, 始点, 終点と  $\mathcal{M}, \mathcal{M}_{\text{all}}$  を  $\theta_1 - \theta_2$  平面に射影して表示した. 最後に, 式 (12)~式 (18) によりコントローラを求める. このとき求めるコントローラの次数は  $\ell = 5$  とした.

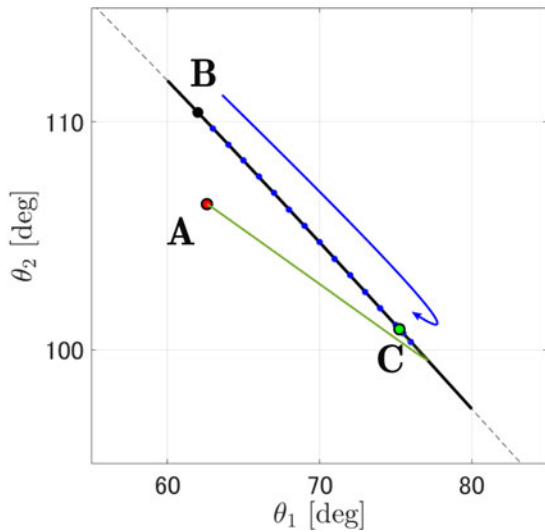


Fig.4 Search of  $x_e$  with respect to a specified  $x_s$

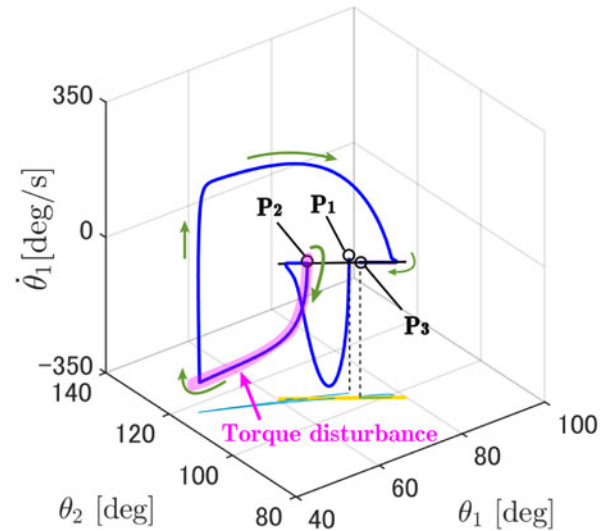


Fig.6 Trajectory of the state variable with a disturbance in the simulation

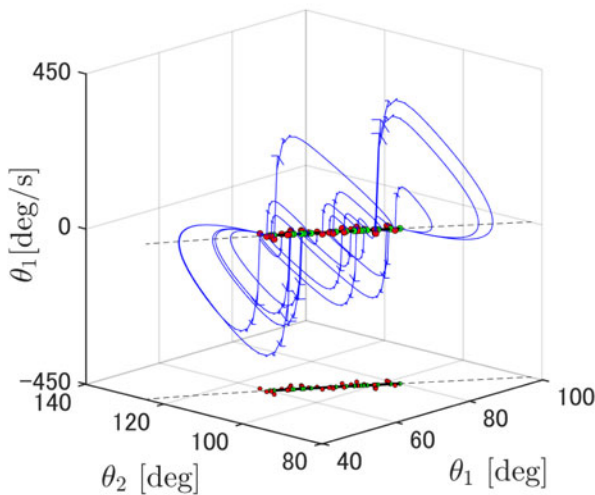


Fig.5 Time responses from  $x_s$  to  $x_e$

### 3.2 シミュレーションによる検証

シミュレーションでは、設計したコントローラを用いてロボットが  $M$  に安定化するまで制御を行った後、外乱トルクを入力に一定時間与えた。このときのロボットの動きを Fig.6 に示す。Fig.6 は、黒色の実線が  $M$  ( $\theta_{1,ref} = 60^\circ \sim 80^\circ$ )、青色の実線が状態の軌跡を意味しており、またそれらを  $\theta_1 - \theta_2$  平面へ射影して  $M$  を黄色の実線、状態の軌跡を水色の実線で表している。軌跡は、点  $P_1$  の初期状態から制御を開始して、 $M$  上の点  $P_2$  に安定した後桃色の領域間で外乱トルクを加えると、 $M$  上の点  $P_3$  に安定化していることを示している。この結果から、外乱トルクを与えた後もコントローラによってロボットが  $M$  に安定化され、かつ外乱トルクによって別の  $M$  上の点に安定化されていることがわかる。以上から、ロボットは外乱が与えられた場合別の姿勢に留まることが示される。

## 4 ロボットでの実験検証

### 4.1 実験装置の概略

ロボットの外観図を Fig.7 に示す。入力として、モータからタイミングベルトを通じてギアを回し  $J_2$  にトルクを与える。モータは 60 W DC モータ (MAXON 社)、ギアは減速比 1/50 のハー

モニックドライブ (ハーモニック・ドライブ・システムズ社) のものを用いた。リンク角度は 2 つのエンコーダから取得した。  $J_1$  の部分のエンコーダは 3600 pulse/round のもの (MTL 社)、  $J_2$  の部分のエンコーダはモータに取り付けられた 1000 pulse/round のものを用いた。それぞれ 4 通倍したパルス数を使用した。角速度は、エリンク角度データをローパスフィルタと差分を用いて求めた。制御時には、タイマカウンタ、パルスカウンタ、コントローラ計算のタスクをマルチスレッドを用いて行っており、サンプリングタイムは 3 ms としており、外部の割り込みタイマから取得した。ロボットの諸元を Table.1 に示す。

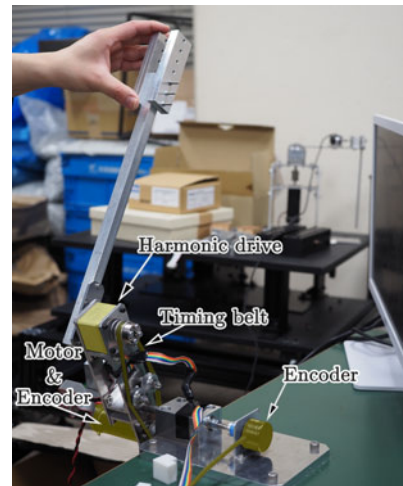


Fig.7 Double inverted pendulum

Table 1 Specifications of robot

Variable		Variable	
$m_1$	0.911 kg	$m_2$	0.480 kg
$\ell_1$	0.109 m	$\ell_{2g}$	0.222 m
$\ell_{1g}$	0.0295 m	$I_2$	$8.62 \times 10^{-3}$ kgm <sup>2</sup>
$I_1$	$4.28 \times 10^{-3}$ kgm <sup>2</sup>		

#### 4.2 外乱 (衝撃) による時間応答変化

$M$  に対して安定化しているロボットに対して、衝撃が外部から与えられた場合の時間応答を調べた。なお、ロボットの Link2 の先端部分を指で強く押すことで外乱を与えた。この実験結果を Fig.8 に示す。図の点  $P_1$  の状態からコントローラによる制御を開始して、黒色の実線  $M$  の近傍で振動しながら安定化した。そこに点  $P_2$  で外乱を与えたことで、状態が  $M$  の近傍から外れるが、緑色の矢印に沿った青色の軌道となり、点  $P_3$  付近で  $M$  近傍に戻っている。衝撃による外乱を与えても再度  $M$  に安定化し、かつ外乱を加えた状態とは別の  $M$  上の状態に安定していることから、設計したコントローラで姿勢を変える制御が実現できていることが示される。

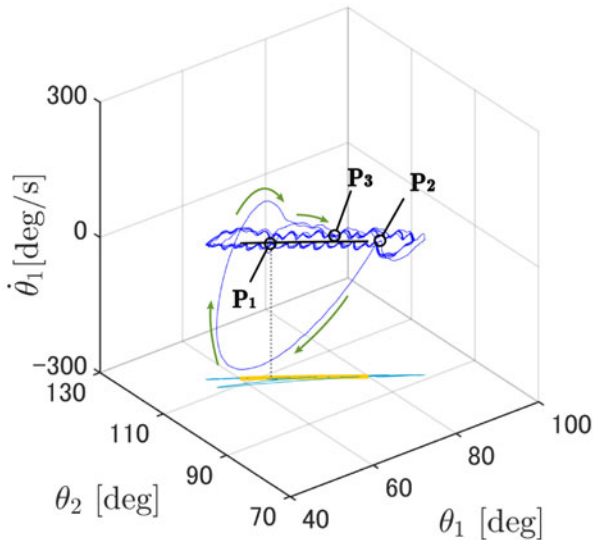


Fig.8 Trajectory of  $\theta_1$ ,  $\theta_2$  and  $\dot{\theta}_1$  with a disturbance

#### 4.3 外乱 (姿勢変更) による時間応答変化

安定化しているロボットの動作軌道上を塞ぎ、強制的に姿勢変更した場合の時間応答を調べた。なお、ロボットの Link2 先端の上部に、手を上げた状態で配置しロボットと手が接触させることで外乱を与えた。この実験結果を Fig.9 に示す。図の点  $P_1$  の状態からコントローラによる制御を開始して、黒色の実線  $M$  の近傍で振動しながら安定化した。そこに点  $P_2$  で外乱を与えたことで、状態が  $M$  の近傍から外れるが、緑色の矢印に沿った青色の軌道となり、点  $P_3$  の付近で  $M$  近傍に戻っている。この動きを、外乱 (手にぶつかる) が加えられる度に繰り返している。姿勢を変更させる外乱を与えても再度  $M$  に安定化し、かつ外乱を加えた状態とは別の  $M$  上の状態に安定化していることから、設計したコントローラで姿勢を変える制御が実現できていることが示された。

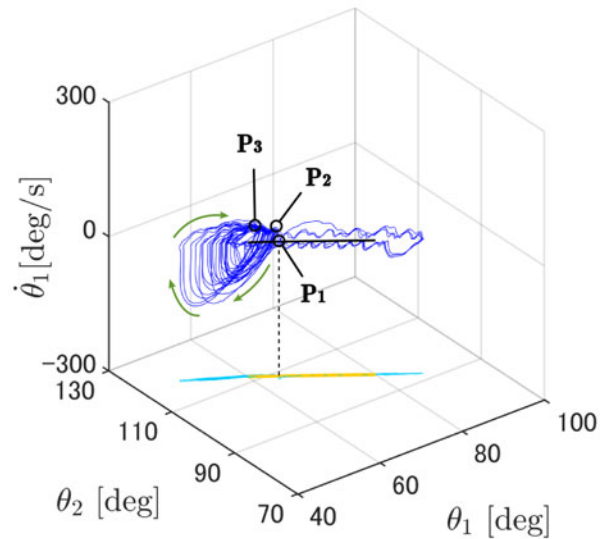


Fig.9 Trajectory of  $\theta_1$ ,  $\theta_2$  and  $\dot{\theta}_1$  interfered course in stabilizing

### 5 おわりに

本研究では、ロボットが外乱により姿勢を変えて留まる制御系の設計のためにベクトル場を利用したロボットの平衡多様体への安定化手法を提案した。本研究の成果を以下に示す。

- 目標となる平衡多様の部分集合  $M$  に対し、2次形式の評価関数を設定しその関数が最小となるようなベクトル場を求めることで、目標となる平衡多様の部分集合が停留領域となる仮想ポテンシャルとコントローラの設計手法を提案した。
- シミュレーションにより、設計手法によるコントローラは、ロボットに外乱を与えられてもそのときの姿勢から  $M$  内の別の姿勢へと変更し留まらせることを示した。
- 1 入力の 2 重振子のを試作し安定化実験を行い、提案手法のコントローラによって外乱を与えられることで  $M$  内の別の姿勢へと変更することを示した。

### 謝辞

本研究は日本学術振興会科学研究費補助金 (基盤 C), 「運動の誤差感度解析に基づく投擲の最適化と教示」の支援を受けた。

### 参考文献

- [1] 例えば N.Hogan: "Impedance Control: An Approach to Manipulation: Part1-3," Proc. of ASME Journal of Dynamic Systems, Measurement and Control, vol.107, pp.1-24,1985
- [2] 南澤 権, 美多 勉, Pantelidis Ioannis, 山北昌毅: アクロボットの振り上げ倒立制御と特異点問題, 日本ロボット学会誌, vol.20, No.1, pp.85-88, 2002
- [3] 林 大湖, 岡田昌史: ベクトル場を利用したロボットの平衡多様体への安定化, 日本設計工学会研究発表講演会講演論文集, pp.119-122, 2014