動的感度解析に基づくロバストコントローラの設計

Robust Controller Design based on Dynamic Sensitivity Analysis

○学　山中 悠太 (東京工業大)　正　土方 亘 (東京工業大)
正　岡田 昌史 (東京工業大)

Yuta YAMANAKA, Tokyo Institute of Technology, yamanaka.y.af@m.titech.ac.jp
Wataru HIJIKATA, Tokyo Institute of Technology
Masafumi OKADA, Tokyo Institute of Technology

Throwing an object by powered robot system is an effective way for object manipulation in long distance. The focus of the throwing is on the accuracy of the landing point with respect to model uncertainties or disturbances. Moreover, the robot system sometimes has zero adjustment error in the initial position on its joint angle. So far, we have proposed a sensitivity analysis method of throwing with a feed-forward/back controlled manipulator. The sensitivity of the landing point with respect to zero adjustment error has been calculated, and the robust throwing with small sensitivity has been designed. In this paper we design robust controller with small sensitivity by optimizing feed-back gain instead of robust throwing motion, and evaluate the effectiveness of the proposed method using a prototyped three-link manipulator.

Key Words: Sensitivity analysis, Throwing motion, Robust controller design, Feed-back gain optimization

1　はじめに

ロボットによるマニピュレーションでは多くの場合対象物をハンドで保持して様々なタスクを行う．そのため対象物の状態をロボットによって制御でき，安定なタスクを行うことができる．しかし，作業空間はアームの可動範囲に限定される．

一方，ロボットによる投擲はロボットの大きさや可動範囲に限定されることなく作業空間を広げることができる．したがってこの手段を用いることで，事故・災害現場などのように障害物が多く危険な環境における安全な人命探査 [1] や，急斜面や深い窪みなどの到達困難な場所における遠方の物体の回収 [2] および製品や郵便物等の搬送・格納作業の効率化 [3] などを実現することができる．

これらのように投擲を用いる場合，対象物の着地点の精度が重要となる．着地点が目標からずれる原因としてはロボットのモデル化誤差や動作時の外乱，エンコーダの零点調整の際に生じる誤差等が考えられる．そのため，これらの影響を受けにくい投擲運動，制御則を見つけることで，精度の高い運動が実現できる．

従来の研究では着地点の精度を向上させるために様々な方法が提案されてきた．Miyashita ら [3] は 1 自由度ロボットにおいて画像処理を用いた軌道パラメータの調整を繰り返すことで，学習的にモデル化誤差を吸収する方法を提案した．しかし，この手法ではロボットの自由度が増加したときに学習に時間がかかり収束しない場合が考えられるうえ極めて多くの投擲回数を必要とし，さらに精度は向上するもののある限られた条件での投擲運動が得られるにとどまる．加藤ら [?] は軌道の追従させる適応制御法を提案した．しかし，この手法でもロボットの自由度が増加した場合の計算量が問題となるほか,「外乱に対するロバスト安定性」と「モデル化誤差に関するロバスト安定性」がトレードオフの関係にあるため，制御則だけでは適切な運動が得られないことも多い．

これらに対し Okada ら [5] は投擲の運動を変化させることでロバスト性を確保する方法を提案している．この手法はロボットの関節角度の零点調整を行う際に生じる初期値誤差に対する着地点のばらつき，すなわち感度が小さくなるような投擲を行うことによって着地点の精度を向上させるものである．例えば Fig.1 において点 A での投擲を試みて初期値誤差の影響により点 A' での投擲になった場合，着地点は目標点からずれている．一方，点 B での投擲を試みて初期値誤差の影響により点 B' での投擲になった場合，着地点は目標点とほぼ一致している．このように初期値誤差に関する着地点の感度が小さい投擲運動を行うことによって，着地点の精度を向上できることをシミュレーションで示した．また，Okada ら [6] によってこの手法にフィードバック制御を導入した手法の有効性が実験により検証された．

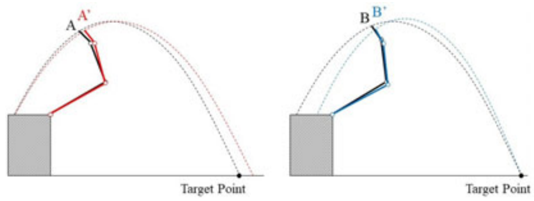

Fig.1 Change of landing point error with respect to throwing motion

しかし従来の手法では投擲運動が定まってしまうため，可動範囲などの関係で投擲点が自由に選択できないとき感度を小さくできない可能性がある．また，投擲の設計パラメータは他にも存在するため運動以外を変化させることで感度を小さくすることができれば任意の投擲運動，投擲位置を選択することが可能になる．

そこで，本研究では投擲運動を変化させることに代わり PD 制御のコントローラに注目した．フィードバックゲインが大きい場合は初期値の誤差をそのまま保って軌道追従を行うため運動に依存する感度が得られる．一方，ゲインを低くすると運動が大きく変化するため感度が小さくなる可能性が考えられる．したがって，本研究ではある運動が決まった状態において初期値の誤差に関する着地点の感度が小さくなるコントローラを設計し，実際に着地点の精度が向上できることを実験により検証することを目的とする．

2　マニピュレータの投擲軌道設計

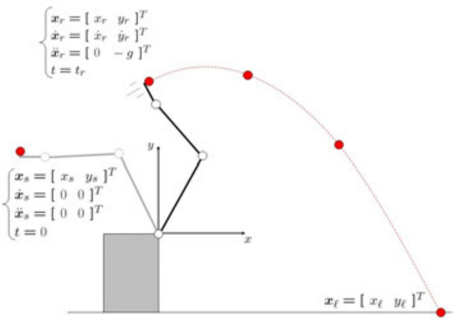

Fig.2 Throwing by planar 3-DOF manipulator

平面 3 自由度マニピュレータを用いて Fig.2 にあるように投擲を行う．このとき投擲する物体が手先で転がらない，かつ滑らないように投擲運動を設計する．すなわち，手先の位置を $\boldsymbol{x}_e = [\ x_e \quad y_e\ ]^T$，手先の姿勢角を ϕ_e，物体の質量を M，抗力を $\boldsymbol{F} = [\ F_x \quad F_y\ ]^T$ として

$$\phi_e(t) = -\tan^{-1}\left(\frac{F_x(t)}{F_y(t)}\right) = -\tan^{-1}\left(\frac{\ddot{x}_e(t)}{\ddot{y}_e(t)+g}\right) \tag{1}$$

が成り立つ必要がある．このとき各関節角度は手先の位置および加速度に依存する．したがって，マニピュレータが滑らか (phi_e の 2 階微分まで零) に動き出し物体を投擲するために必要な条件は投擲時刻を t_r として

$$\boldsymbol{x}_e(0) = [\ x_s \quad y_s\ ]^T, \quad \boldsymbol{x}_e(t_r) = [\ x_r \quad y_r\ ]^T \tag{2}$$
$$\dot{\boldsymbol{x}}_e(0) = \ddot{\boldsymbol{x}}_e(0) = \dddot{\boldsymbol{x}}_e(0) = \ddddot{\boldsymbol{x}}_e(0) = [\ 0 \quad 0\ ]^T \tag{3}$$
$$\dot{\boldsymbol{x}}_e(t_r) = [\ \dot{x}_r \quad \dot{y}_r\ ]^T, \quad \ddot{\boldsymbol{x}}_e(t_r) = [\ 0 \quad -g\ ]^T \tag{4}$$

の 8 つになる．よって物体を投擲するまでの手先位置の軌道は以下の時間に関する 7 次関数で表すものとする．

$$\boldsymbol{x}_e(t) = [\ x_e(t) \quad y_e(t)\ ]^T = \sum_{n=0}^{7} \boldsymbol{C}_n t^n \tag{5}$$

境界条件として式 (2)，(3) および (4) を与えることで係数 $\boldsymbol{C}_i$ が一意に定まり，手先の軌道が決定する．

3　マニピュレータの動力学と誤差感度解析

3.1　動的な誤差感度解析

ここではマニピュレータの初期値の誤差に関する物体の着地点の感度を求める．パラメータが時々刻々と変化する動的な系に対する感度解析の例としては，杉浦ら [7] や川又ら [8] 等があるが現実の動的な系に対して解析を行った例は少ない．ここでは，Okada らの手法に基づいて求める感度を初期値誤差に関する投擲時の状態誤差の感度と投擲時の状態誤差に関する着地点の感度の積で表す．前者はマニピュレータの順動力学の式から，後者は順運動学と放物線の式から得られる．

3.2　投擲点におけるマニピュレータの状態

式 (5) と逆動力学解析で得られる駆動トルク $\boldsymbol{\tau}$ を用いてロボットの運動方程式から以下の状態方程式を得る．ただし $\boldsymbol{\theta}$ は各関節角度である．

$$\dot{\boldsymbol{q}} = \boldsymbol{f}(\boldsymbol{q}) + \boldsymbol{g}(\boldsymbol{q})\boldsymbol{\tau} \tag{6}$$
$$\boldsymbol{q} = [\ \boldsymbol{\theta}^T \quad \dot{\boldsymbol{\theta}}^T\ ]^T \tag{7}$$

これを式 (5) の軌道まわりで線形化し，台形積分を用いて以下の差分方程式を得る．

$$\boldsymbol{q}_{k+1} = A_k \boldsymbol{q}_k + B_k \boldsymbol{\tau}_k + C_k \tag{8}$$

また本研究ではフィードフォワード制御とフィードバック制御を併用するので

$$\boldsymbol{q}_N = \mathcal{A}\boldsymbol{q}_1 + \mathcal{B}\begin{bmatrix} \boldsymbol{\tau}_1 + K\boldsymbol{q}_{ref1} \\ \vdots \\ \boldsymbol{\tau}_N + K\boldsymbol{q}_{refN} \end{bmatrix} + \mathcal{C} \tag{9}$$

として投擲点におけるロボットの状態 $\boldsymbol{q}_N$ が得られる．ただし K は PD ゲインを表す行列である．また，$\mathcal{A}$ は

$$\mathcal{A} = \prod_{k=1}^{N-1} A_k \tag{10}$$

のように式 8 から得られ，$\mathcal{B}, \mathcal{C}$ も同様にして得られる．ここで初期値に誤差 $\Delta\boldsymbol{q}_1 = [\ \Delta\boldsymbol{\theta}_1^T \quad 0\ ]^T$ があるとすると，エンコーダは相対角度を読み取っているので目標値も $\boldsymbol{q}_{refk} \to \boldsymbol{q}_{refk} + \Delta\boldsymbol{q}_1$ のようになる．また $\mathcal{A}, \mathcal{B}, \mathcal{C}$ もそれぞれ $\mathcal{A}+\Delta\mathcal{A}, \mathcal{B}+\Delta\mathcal{B}, \mathcal{C}+\Delta\mathcal{C}$ のように変化すると考えられるが，本研究ではこれらは十分に小さいとして無視した．これより，$\boldsymbol{q}_N$ は

$$\begin{aligned} \boldsymbol{q}_N + \Delta\boldsymbol{q}_N &= \mathcal{A}(\boldsymbol{q}_{ref1} + \Delta\boldsymbol{q}_1) \\ &\quad + \mathcal{B}\begin{bmatrix} \boldsymbol{\tau}_1 + K(\boldsymbol{q}_{ref1} + \Delta\boldsymbol{q}_1) \\ \vdots \\ \boldsymbol{\tau}_N + K(\boldsymbol{q}_{refN} + \Delta\boldsymbol{q}_1) \end{bmatrix} + \mathcal{C} \end{aligned} \tag{11}$$

として求められる．

3.3　初期値誤差に関する着地点の誤差の感度

1. 初期値誤差に関する投擲時の状態誤差の感度
   初期値の誤差 $\Delta\boldsymbol{\theta}_1$ に関する投擲時の状態誤差 $\Delta\boldsymbol{q}_N$ の感度を求める．式 (11) よりこの感度は

$$\frac{\partial \boldsymbol{q}_N}{\partial \boldsymbol{q}_1} = \mathcal{A} + \mathcal{B}\begin{bmatrix} K \\ \vdots \\ K \end{bmatrix} \tag{12}$$

   として求められる．ここで初期角速度 $\dot{\boldsymbol{\theta}}_1 = 0$ には誤差がないので，初期角度 $\boldsymbol{\theta}_1$ に関する $\boldsymbol{q}_N$ の感度，すなわち初期値誤差に関する投擲時の状態誤差の感度は

$$\frac{\partial \boldsymbol{q}_N}{\partial \boldsymbol{\theta}_1} = \frac{\partial \boldsymbol{q}_N}{\partial \boldsymbol{q}_1}\begin{bmatrix} E_3 \\ 0 \end{bmatrix} \tag{13}$$

   として得られる．

2. 投擲時の状態誤差に関する着地点の誤差の感度
   投擲時の状態誤差 $\Delta\boldsymbol{q}_N$ に関する着地点の誤差 Δx_ℓ の感度を求める．運動学解析および放物線の方程式からこの感度は

$$\frac{\partial x_\ell}{\partial \boldsymbol{q}_N} = \frac{\partial x_\ell}{\partial \boldsymbol{x}_r}\frac{\partial \boldsymbol{x}_r}{\partial \boldsymbol{q}_N} + \frac{\partial x_\ell}{\partial \dot{\boldsymbol{x}}_r}\frac{\partial \dot{\boldsymbol{x}}_r}{\partial \boldsymbol{q}_N} \tag{14}$$

   として求められることができる．

式 (13)，(14) より着地点の初期値誤差に関する感度は

$$\frac{\partial x_\ell}{\partial \boldsymbol{\theta}_1} = \frac{\partial x_\ell}{\partial \boldsymbol{q}_N}\frac{\partial \boldsymbol{q}_N}{\partial \boldsymbol{\theta}_1} \tag{15}$$

で求められる．この感度は 1 行 3 列のベクトルとして得られるため感度インデックスとして

$$I_{init} = \sqrt{\frac{\partial x_\ell}{\partial \boldsymbol{\theta}_1}\left(\frac{\partial x_\ell}{\partial \boldsymbol{\theta}_1}\right)^T} = \left\|\frac{\partial x_\ell}{\partial \boldsymbol{\theta}_1}\right\| \tag{16}$$

を定義する．

4　感度に基づくフィードバックゲインの最適化

ここでは感度 I_{init} のフィードバックゲインに関する勾配を求め，I_{init} を最小化するゲインを設計する．ただし $I_{init} > 0$ より，計算量を減らすために I_{init}^2 を最小化するゲインを求めることで，I_{init} を最小化するゲインを求めた．式 (14) で表される感度はゲインの項を含まないことに注意して，式 (16) より I_{init}^2 の比例ゲイン k_{p1} に関する勾配は

$$\frac{\partial I_{init}^2}{\partial k_{p1}} = 2\frac{\partial x_\ell}{\partial \boldsymbol{q}_N}\frac{\partial}{\partial k_{p1}}\left(\frac{\partial \boldsymbol{q}_N}{\partial \boldsymbol{\theta}_1}\right)\left(\frac{\partial x_\ell}{\partial \boldsymbol{\theta}_1}\right)^T \tag{17}$$

として得られる．k_{p1} 以外の 5 つのゲインに関しても同様にして勾配を求めることができるので，最急降下法のアルゴリズムを用いて I_{init} を最小にするゲインを探索することができる．Fig.3 にある投擲運動において，ゲインの最適化を行ったときに感度 I_{init} が収束する様子を Fig.4 に示す．

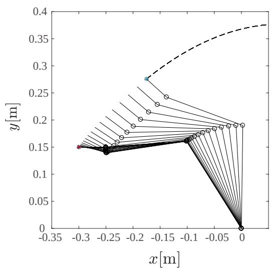

Fig.3 Throwing motion releasing at $x = -0.175$

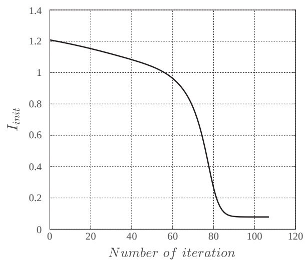

Fig.4 Convergence of I_{init} by gradient descent

5　実験検証

5.1　実験装置

Fig.5 に示すような装置を用いて実験検証を行った．マニピュレータの手先には物体を保持する穴があり，そこに物体を設置して投擲が行えるようになっている．この穴は初期値誤差による物体の転がりを防ぐための構造である．各リンクは DC モータにより駆動され，エンコーダにより回転角度が計測される．モータは減速比 50 のハーモニックドライブと接続され，最大トルク 40Nm，最大回転数 240rpm でリンクを駆動できる．これに PD 制御則を用いて駆動トルクの制御を行った．また，エンコーダは 1 回転当たり 1000 パルスの分解能を持つものを 4 逓倍して用いており，これによって各関節の回転角を 1.8×10^{-3}deg の精度で読み取ることができる．

また，本研究ではフィードフォワード制御とフィードバック制御を併用したが，初期値誤差に関する着地点の感度の影響を正確に検証するにはこれらで制御される入力トルクによって目標の運動が実現できていることが必要となる．この条件はフィードバックゲインが小さいとき特に満たされにくくなる．そこで，一度，初期値の誤差およびフィードフォワード項を加えずに高いゲインで投擲を行い，そのときのトルク指令値をローパスフィルタで処理したものを以降の実験のフィードフォワード項として用いた．なお，感度 I_{init} にはトルクを含む項が存在しないため，このようにして入力トルクを変更しても感度解析の結果には影響しない．

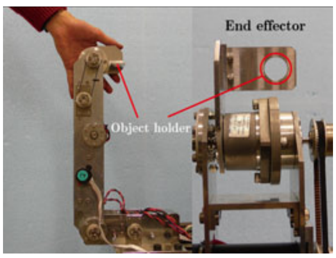

Fig.5 Throwing robot (3DOF manipulator)

5.2　実験条件

Fig.6 にあるように，投擲点 1，2 についてそれぞれ最適ゲインと非最適ゲインを用いて投擲を行い着地点のばらつきを計測する．なお，目標点は $x_\ell = 0.8$ とした．投擲はそれぞれのゲインについて初期値誤差を加えずに 50 回，初期値誤差を加えて 100 回行う．なお，初期値誤差はシミュレーションと同じ平均 0，分散 $(\pi/180)^2\mathrm{rad}^2$ の正規分布に従うランダムな誤差であり，治具を用いて零点調整を行った後に加えた．

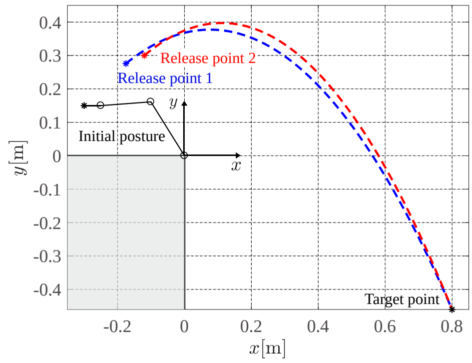

Fig.6 Set of release points for experimental evaluation

5.3　実験結果

Fig.7，8 は投擲点 1，2 において最適ゲイン，非最適ゲインのそれぞれで投擲したときの着地点を表している．なお，座標系は Fig.6 にあるように xy 軸をとる右手系である．これらの結果より，z 方向にも着地点のばらつきがあることが分かる．これは，物体を穴の上に設置していることから投擲の瞬間に誤差や振動の影響で z 方向にも力を受けていることが原因であると考えらえる．ただし,z 方向のずれは最大でも約 5cm 程度であるので x 方向の飛距離に比べれば小さいとして z 方向に関しては無視して考える．また，全ての結果で初期値誤差によってばらつきが増加している様子が分かるが，Fig.7，8 のどちらにおいても最適ゲインの方がばらつきの増加が小さいことが理解できる．

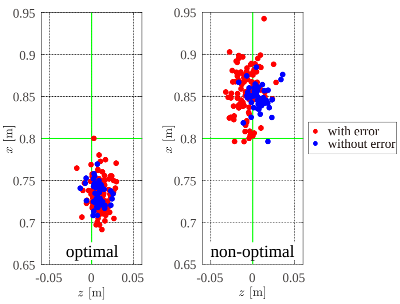

Fig.7 Landing points throwing at release point 1

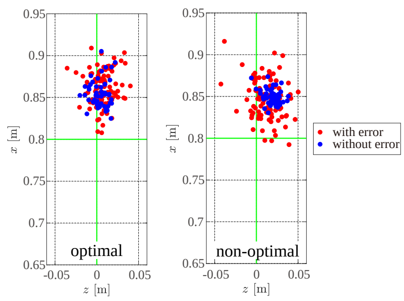

Fig.8 Landing points throwing at release point 2

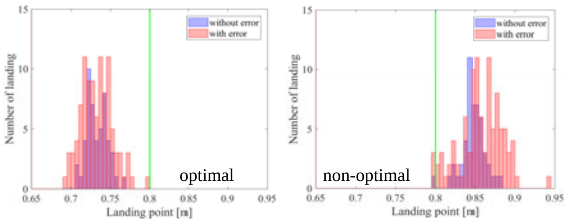

Fig.9 Histogram of the landing points throwing at release point 1

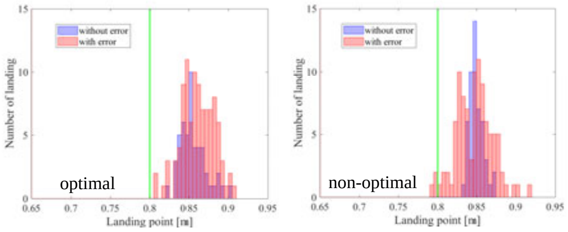

Fig.10 Histogram of the landing points throwing at release point 2

Fig.9，10 は投擲点 1，2 において投擲したときの x 方向の着地点をヒストグラムで表している．これらの結果より，初期値誤差を加えなくても着地点のばらつきがあることが理解できる．また，どの実験結果においても着地点の平均値は目標値の 0.8m にはならなかった．これらはロボットのモデル化誤差に起因するものと考えられ，ばらつきに関してはゲインによらず一定とみなせるが，着地点の平均値に関しては用いるゲインによって異なることが分かる．ただし本研究では着地点の分散に注目しており，本実験や先行研究の結果からモデル化誤差と感度の相関は小さいと考えられるのでこの問題は考えないこととした．

Table1，2 に投擲点 1，2 における着地点の分散 σ^2 などの実験結果をまとめる．σ^2_{esti} は分散の推定値であり，実験装置の特性による着地点のばらつきと初期値誤差による着地点のばらつきがともに独立であるとして以下の式で見積もられる．

$$\sigma^2_{esti} = \sigma^2_1 + \left(\frac{\pi}{180} I_{init}\right)^2 \tag{18}$$

なお，σ^2_1 は誤差無しの投擲の実験結果より得られる分散とする．

Table1，2 に示すように感度に大きな差がある場合でも，σ_1 を考慮すると分散の差は同程度のオーダの範囲にとどまる．ただし，初期値誤差を加えた投擲において最適ゲインを用いた場合の分散と非最適ゲインを用いた場合の分散を比較すると，投擲点 1 において前者が後者の 53.6%の値，投擲点 2 において 80.7%の値となっており最適ゲインを用いることによって着地点のばらつきが小さくなったことが分かる．つまり，本研究の手法で感度が小さくなるようにフィードバックゲインを設計すれば投擲の精度を高めることができるといえる．

Table 1 Experimental result of optimal gain and non-optimal gain at release point 1

	Feed-back gain	Optimal	Non-optimal
	I_{init}	0.0812	1.102
without error	σ^2_1	1.73×10^{-4}	2.22×10^{-4}
	Mean_1	7.33×10^{-1}	8.47×10^{-1}
with error	σ^2_2	4.02×10^{-4}	7.50×10^{-4}
	σ^2_{esti}	1.75×10^{-4}	5.92×10^{-4}
	Mean_2	7.33×10^{-1}	8.57×10^{-1}

Table 2 Experimental result of optimal gain and non-optimal gain at release point 2

	Feed-back gain	Optimal	Non-optimal
	I_{init}	0.0455	1.069
without error	σ^2_1	2.68×10^{-4}	8.18×10^{-5}
	Mean_1	8.55×10^{-1}	8.49×10^{-1}
with error	σ^2_2	4.30×10^{-4}	5.33×10^{-4}
	σ^2_{esti}	2.69×10^{-4}	4.30×10^{-4}
	Mean_2	8.61×10^{-1}	8.47×10^{-1}

6 おわりに

本研究では平面 3 自由度マニピュレータを用いた投擲運動の感度解析により最適なフィードバックゲインを設計すること，および得られたゲインによって着地点の精度が向上できることを実験により検証することを目的とした．以下に本研究の成果を示す．

1. 初期値誤差に関する着地点の誤差の感度のフィードバックゲインによる勾配の導出を行い，最急降下法を用いて最適ゲインの設計を行った．
2. 平面 3 リンクマニピュレータを用いた実験検証を行い，本研究の手法で求めた最適ゲインによって着地点のばらつきを小さくできることを示した．

Table1，2 に示す実験結果より，非最適ゲインによる投擲の分散が推定値とおおよそ一致しているのに対し，最適ゲインでは差が大きくなっている．これはゲインを小さくしたことによりフィードフォワード項の影響を大きく受けるようになったことが原因として考えられる．したがって，パラメータ同定を行い，より厳密なモデルを用いて逆動力学解析を行うなどして正確なフィードフォワード項を求めることで，さらに着地点の分散を小さくすることが今後の課題である．

7 謝辞

本研究は日本学術振興会科学研究費補助金 (基盤 C),「運動の誤差感度解析に基づく投擲の最適化と教示」の支援を受けた．

参考文献

[1] H.Tsukagoshi, E.Watari, K.Fuchigami, and A.Kitagawa, “Casting Device for Search and Rescue Aiming Higher and Faster Access in Disaster Site,” 2012 IEEE/RSJ International Conference on Intelligent Robots and Systems, pp.4348-4353, 2012

[2] 有隅, 小森谷, “キャスティングマニピュレーションに関する研究（第３報，撃力に対するひもの粘弾性解析とグリッパの空中軌道制御）,” 日本機械学会論文集 C 編, Vol.68, No.665, pp.139-146, 2002

[3] Hideyuki Miyashita, Tasuku Yamawaki and Masahito Yashima, “Control for Throwing Manipulation by One Joint Robot,” IEEE International Conference on Robotics and Automation (ICRA ’09) , pp.1273-1278, 2009

[4] 加藤, 中村, “2 自由度ロボットによる投球動作制御に関する研究（適応制御とオンライン放出時刻修正）,” 日本機械学会論文集 C 編, Vol.63, No.614, pp.3571-3576, 1997

[5] M.Okada, A.Pekarovskiy, and M.Buss, “Robust Trajectory Design for Object Throwing based on Sensitivity for Model Uncertainties,” 2015 IEEE International Conference on Robotics and Automation (ICRA 2015), pp.3089-3094

[6] Masafumi OKADA, Shota ONIWA and Wataru HIJIKATA, “Robust throwing design based on dynamic sensitivity analysis,” Mechanical Engineering Journal, Advance Publication January, 2018

[7] 杉浦, 鈴木, “感度解析とそれを考慮した自動制御系の最適設計,” 計測と制御 8 巻 7 号 pp443-457, 1969

[8] 川又, 中, 樋口, “状態空間法に基づくロボットアームの感度解析,”計測自動制御学会論文集 Vol. 25 (1989) No. 2 pp194-199