

N次元時系列パターンを記憶・連想する非線形力学系の多項式表現

岡田 昌史(東京大学), 中村 仁彦(東京大学, CREST)

Polynomial Expression of the Non-linear dynamics that Memorizes and Associates N-dimensional Time Sequence Pattern

*Masafumi OKADA(Univ. of Tokyo) and Yoshihiko NAKAMURA (Univ. of Tokyo, CREST)

Abstract— In this paper, we develop a brain-like information processing system using a non-linear dynamics that associates and memorizes motion patterns. The non-linear dynamics is expressed by polynomial and designed so that it has an attractor to a closed curved line in N -dimensional space. It converges to the attractor synchronizing with the memorized signal input.

Key Words: nonlinear dynamics, memorization and association, polynomial expression, brain-like information processing

1. はじめに

人間が他者の行動を観察するとき, その身体の一部の動きから全身の動きを推定することができる. また, 初期行動からその後の行動を連想することができる. 例えば, 歩いている人の足の動きから腕の振りを推定し, 歩き始めの動きからその後の歩行パターンを連想する. これは, 我々の内部に歩行の動作パターンが記憶されており外部からの視覚情報によってこの動作が想起するためと考えられる. 一方, ウサギの嗅覚系に代表される生物の脳型情報処理系の中にアトラクタを生み出す力学系が存在し¹⁾, 記憶された信号に対してそのアトラクタに収束するといった実験的な結果から, 力学構造を持つ系を用いて記憶や連想の情報処理系を構築する研究が多くなってきた²⁾³⁾⁴⁾. これらでは主にニューラルネットワークが用いられており, 学習過程には多くの時間を要する. さらに1つの複雑な信号の記憶に対し多くのニューロンが必要となる.

本研究では, 微分方程式で表される非線形力学構造を用いて時系列信号の記憶と連想を行う脳型情報処理系を設計する. N 次元閉曲線にアトラクタを持つような力学系を考え, 記憶した入力信号に対してアトラクタに収束するような構造を設計する.

2. 時系列信号の記憶と連想

ロボットにおいて, ある周期的な外部センサ情報 U_m

$$U_m = [u_m \quad u_m \quad \cdots \quad u_m] \quad (1)$$

$$u_m = [u_m[1] \quad u_m[2] \quad \cdots \quad u_m[n]] \quad (2)$$

$(u_m[k] \in R^M)$

が入力されたとき, これに連動して記憶された周期的な信号 X_m

$$X_m = [x_m \quad x_m \quad \cdots \quad x_m] \quad (3)$$

$$x_m = [x_m[1] \quad x_m[2] \quad \cdots \quad x_m[n]] \quad (4)$$

$(x[k] \in R^N)$

が連想される系を考える. これはロボットが他者の足の動き U_m だけを観察することで腕の振りや身体の動

き X_m を連想することに相当する. これは以下の式で表されるダイナミクスにおいて,

$$x[k+1] = F(x[k], u[k]) \quad (5)$$

入力 $u_m[k]$ によって $x[k]$ がある閉曲線 x_m に収束することと等価である. このダイナミクスは時系列信号 x_m を記憶しており, さらに入力 U_m によって X_m を連想するものである. すなわち, 歩行パターンを記憶しており, 足の動きの観察でその歩行パターン全体を連想するものである.

3. N次元空間内における閉曲線をアトラクタとするダイナミクス

式(5)の力学系はある N 次元空間内における閉曲線 x_m をアトラクタとし, 一定時間(サンプリングタイム) T ごとに $x_m[k], x_m[k+1], \dots$ と遷移する. 本章ではこの力学系の設計法について述べる. まず, 以下のように入力信号を持たず, 連続系で表現された力学系を考える.

$$\dot{x}(t) = f(x(t)), \quad x(t) \in R^{N+M} \quad (6)$$

ただし, 記憶すべき閉曲線 x_m は与えられているものとし, $N+M$ 次元空間上で交点を持たないものとする. 交点を持つ場合には次元を増やして交点を持たないようにする.

Step 1 $N+M$ 次元空間内の閉曲線 x_m に対して, ある領域 S を考える.

Step 2 領域 S の内部の点 s_j に対してベクトル場を定義する. 具体的には x_m の中で s_j に最も近い点を $x_m[j]$ とし,

$$\ell = \|s_j - x_m[j]\| \quad (7)$$

として, 適当な定数 α を用いて

$$\dot{x}_{s_j} = \alpha \ell^2 (s_j - x_m[j]) + (x_m[j+1] - x_m[j]) \quad (8)$$

とした. ただし, $\|\cdot\|$ はユークリッドノルムを意味する. また, s_j は各点 $x_m[j]$ を中心とし $x_m[j+1] - x_m[j]$ に垂直な $N+M-1$ 次元内の球の直交

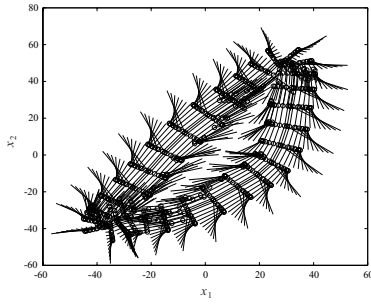


Fig.1 Example of the vector field

する半径上に定めた． $N + M = 2$ の場合を Fig.1 に示す．「 \circ 」が矢じりを意味する．

Step 3 上で求めたベクトル場を近似する $f(x(t))$ を求める．具体的には $x = [x_1 \ x_2 \ \cdots \ x_{N+M}]^T$ とし $f(x)$ を

$$\dot{x} = a_p(x_2, x_3, \dots, x_{M+N})x_1^p + \cdots + a_0 \quad (9)$$

$$a_p = b_{p,p}(x_3, \dots, x_{M+N})x_2^p + \cdots + b_{p,0} \quad (10)$$

$$a_{p-1} = b_{p-1,p}(x_3, \dots, x_{M+N})x_2^{p-1} + \cdots + b_{p-1,0}$$

$$\vdots \quad (11)$$

のように x_i ($i = 1, 2, \dots, N + M$) の p 次の多項式として，最小二乗法により各パラメータを求めた．

Step 4 上で求めたベクトル場をもとにし，

$$x[k+1] = x[k] + \dot{x}[k] =: F(x[k]) \quad (12)$$

として離散的な力学系を求める．

ここで設計された力学系は Step 3 で近似したベクトル場がよく近似されていれば x_m をアトラクタとする力学系となる．さらに，

$$u[k] = [x_1 \ \cdots \ x_M]^T \quad (13)$$

$$\xi[k] = [x_{M+1} \ \cdots \ x_{M+N}]^T \quad (14)$$

と書くと式 (12) は

$$\begin{bmatrix} u[k+1] \\ \xi[k+1] \end{bmatrix}^T = F \left(\begin{bmatrix} u[k] \\ \xi[k] \end{bmatrix}^T \right) \quad (15)$$

となり，さらに $u[k+1]$ を入力信号で置き換えることで

$$\xi[k+1] = \bar{F}(\xi[k], u[k]) \quad (16)$$

となる．これにより， N 次元上の閉曲線 x_m をアトラクタとする力学系の設計が可能となる．

4. 力学系の設計

前節のアルゴリズムに基づき，力学系の設計を行う．ここでは $N=3, M=1$ とし， X_m と U_m を適当に与えることで設計を行った．ここでは $p=3$ とした．設計された力学系の挙動を Fig.2 に示す．「 $*$ 」印は初期値を意味し，記憶した入力 U_m を入力したときの $x[k]$ の挙動を示す．なお，点線は x_m を意味する．初期値によらず x_m に収束する．Fig.3 は各 x_i の動きを示したグラフである．初期値によらず入力信号に時間同期している．さらに，Fig.4 は u_m とは異なった信号が入力されたときの応答である． x_m には収束しない．

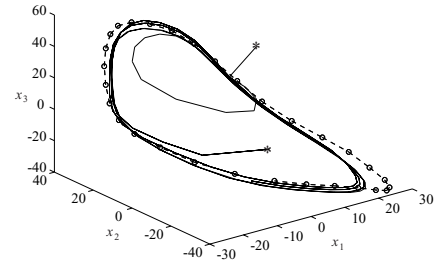


Fig.2 Motion of the designed dynamics

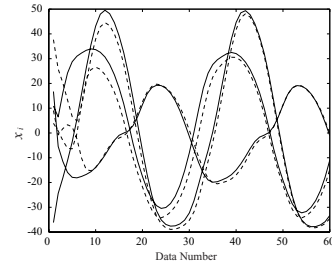


Fig.3 Motion of the each states

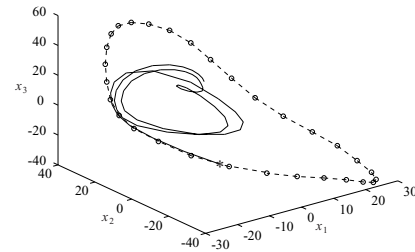


Fig.4 Motion of the dynamics with unmemorized input

5. おわりに

本研究では，ある特定の入力に対してその内部状態が指定した N 次元上の閉曲線に収束する力学系の設計論を与えた．これは行動パターンの一部の観察によりその行動全てを連想する脳型情報処理系の構築を可能にする．

本研究は科学技術振興事業団「自律的行動単位の力学的結合による脳型情報処理機械の開発」の支援を受けた．

参考文献

- 1) 津田一郎: カオスで脳を見る, 日経サイエンス 1994年5月号, 日経サイエンス社, pp.42-51 (1994)
- 2) M. Morita and S. Murakami: Recognition of spatiotemporal patterns by nonmonotone neural networks, Proc. of the 1997 International Conference on Neural Information Processing, 1, pp.6-9 (1997)
- 3) S. Murakami, M. Morita and N. Sakamoto: Recognition of Spatiotemporal Patterns using a Nonmonotone Neural Network with Hidden Neurons, Proc. of the 1998 International Conference on Neural Information Processing, 1, pp.287-290 (1998)
- 4) K. Kojima and K. Ito: Autonomous Learning Algorithm and Associative Memory for Intelligent Robots, Proc. of IEEE International Conference on Robotics and Automation, pp.505-510 (2001)