

ロボットの軌道と非線形剛性の同時最適設計

○シュミット・ニコラ 岡田昌史 (東京工業大学)

1. はじめに

ロボットに任意の運動を実行させるために、アクチュエータを用いてエネルギーを供給したり吸収したりする必要がある。しかし、ロボットの機構にばねを追加することで、ばねが運動エネルギーを弾性エネルギーとして蓄積できるため、アクチュエータによるエネルギーの供給・吸収が減少させることができ、運動のエネルギー効率が改善されると考えられる。その例として、ばねを用いた重力補償機構 [1, 2, 3] などが挙げられる。一方、ロボットの設計を行う際、線形ばねは扱いやすいが、設計パラメータが少ないためエネルギー効率の改善に限りがある。これに対し、非線形ばねを使用すると、より最適な設計を求めることができるであろう。その例として、周期的な運動を実行する歩行ロボットに対して、脚関節に非線形ばねを設置することによりエネルギー効率の高い運動が可能と述べられている [4, 5]。

しかし、非線形剛性を有するロボット機構を設計する際、次の困難なポイントが生じる。ロボットの運動が機構の力学特性と環境・制御の相互作用から生まれるものであるため、どれか1つを先に定めなければ他が決定できない。先に軌道を与えれば、逆動力学を用いて最適な剛性プロファイルが求められる [6]。一方、先に剛性の特性を与えれば、最適制御論を用いて最適な軌道が求められる。しかし、同時に軌道と機構の特性を求めるのは困難である。参考文献 [7] に、2ループのアルゴリズムに基づいた制御系とばね定数の最適化法が提案されたが、線形剛性のみが扱え、2ループアルゴリズムであるため計算時間が長いと考えられる。

本研究では、非線形ばねを有するロボットの運動効率を改善するための、軌道と非線形剛性の同時最適設計法を提案する。2.章で、対象になるロボットのモデルを説明し、アクチュエータによるトルクから運動効率の評価関数を定義する。3.章で、軌道と非線形ばねの設計パラメータを定義する。4.1節で、最適な剛性プロファイルの厳密解を導出し、軌道のパラメータのみの評価関数を定義する。4.2節で、ばねの非線形性を調整するための方法を提案する。5.章で、軌道パラメータの最適化を説明する。6.章で、3自由度のマニピュレータを対象としたシミュレーションを用いて設計法の有効性を検討する。

2. 問題の設定

本研究で考慮するロボットは n 自由度があり、各関節にアクチュエータと最適化の対象になる非線形ばねが並列に設置されている。非線形ばねの質量が無視できるほど小さいと仮定すると、ロボットの運動方程式は以下で表せる [6]。

$$A(q)\ddot{q} + B(q, \dot{q}) = u(t) + w(q) \quad (1)$$

ただし、 t は時間、 $q = {}^t(q_1(t), q_2(t), \dots, q_n(t))$ は一般座標ベクトル、 $u = {}^t(u_1(t), u_2(t), \dots, u_n(t))$ はアクチュエータによる力ベクトル、 $w = {}^t(w_1(q_1), w_2(q_2), \dots, w_n(q_n))$ は非線形ばねによる力ベクトル、 $A(q)$ は質量行列、 $B(q, \dot{q})$ はコリオリ・遠心力・重力項である。各非線形ばねの復元力 w_i は、第 i 座標 q_i のみの関数 $w_i(q_i)$ である。

ロボットの運動効率を時間領域 $[0, T]$ にわたってアクチュエータによる力の積分から評価する。そのため、効率の評価関数を以下のように定義する。

$$C = \frac{1}{2} \int_0^T \|u(t)\|^2 dt \quad (2)$$

q, \dot{q}, u, w は、以下の拘束条件を満たす必要がある。

$$\mathcal{G}(q(0), \dot{q}(0), q(T), \dot{q}(T)) = 0 \quad (3)$$

$$\{q(t), \dot{q}(t)\} \in Q, t \in [0, T] \quad (4)$$

$$w(q) \in W, q \in [q_{min}, q_{max}] \quad (5)$$

$$u(t) \in U, t \in [0, T] \quad (6)$$

Q は位置と速度の許容領域、 W と U はそれぞればねとアクチュエータに許容される力の領域である。式 (3) は初期値・最終値・周期性の条件、式 (4) は関節角度の領域と環境の境界などの条件、式 (5) と式 (6) はそれぞればねとアクチュエータの発生する力の大きさに対する制約条件である。

任意の軌道 $q(t)$ を与えると、その軌道を実行するためのアクチュエータの作用は以下の式で与えられる。

$$u(t) = u_0(t) - w(q) \quad (7)$$

$u_0(t)$ は非線形ばねが追加されていない場合のアクチュエータによる作用であり、以下の式で定義される。

$$u_0(t) = A(q)\ddot{q} + B(q, \dot{q}) \quad (8)$$

式 (7) を式 (2) に代入し、 C を以下のように展開する。

$$C = \frac{1}{2} \int_0^T \|u_0(t)\|^2 dt - \int_0^T \langle u_0(t), w(q) \rangle dt + \frac{1}{2} \int_0^T \|w(q)\|^2 dt \quad (9)$$

ただし、 $\langle \cdot, \cdot \rangle$ は内積である。最適化を行う際、 C を最小化する軌道 $q(t)$ と非線形ばね $w(q)$ の特性を求める。

3. 軌道とばねのパラメータ化

図 1 に示すように、軌道を 3 次のエルミート補間 [8] で表す。時間の領域を N_t 個の区間に分け、刻み時間幅

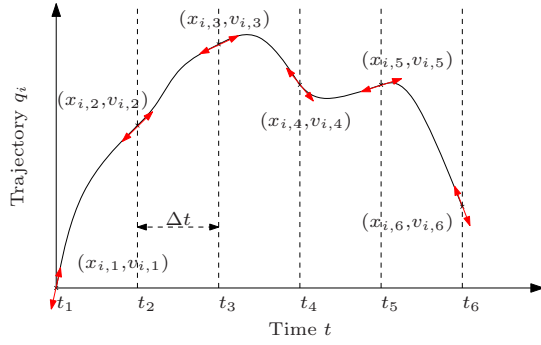


図1 3次のエルミート補間で表した軌道

を Δt とする．時間の刻みを以下の式で求める．

$$\Delta t = \frac{T}{N_t} \quad (10)$$

$$t_j = (j-1)\Delta t, j \in \{1, \dots, N_t + 1\} \quad (11)$$

軌道のパラメータとして，各 t_j における位置 $x_{i,j} = q_i(t_j)$ と速度 $v_{i,j} = \dot{q}_i(t_j)$ を用いる． $x_{i,j}$ と $v_{i,j}$ を与えれば，以下の式で軌道を補間できる．

$$q_i(t) = \sum_{j=1}^{N_t} [(\alpha_t x_{i,j+1} + \beta_t x_{i,j} + (\gamma_t v_{i,j+1} + \delta_t v_{i,j})\Delta t) \tau_j(t)] \quad (12)$$

$$\tau_j(t) = \begin{cases} 1 & \text{if } t \in [t_j, t_{j+1}) \\ 0 & \text{if } t \notin [t_j, t_{j+1}) \end{cases} \quad (13)$$

$\alpha_t, \beta_t, \gamma_t, \delta_t$ は t の関数である．パラメータをベクトル x_i にまとめ，式 (12) を次式に書き換える．

$$q_i = {}^t\varphi_i x_i \quad (14)$$

$$x_i = {}^t(x_{i,1}, (v_{i,1}\Delta t), \dots, x_{i,N_t+1}, (v_{i,N_t+1}\Delta t)) \quad (15)$$

各自由度の x_i ベクトルを一つのベクトル X にまとめることにより，軌道を次式で表す．

$$q = {}^t\Phi X \quad (16)$$

$$X = {}^t(x_1, \dots, x_n) \quad (17)$$

行列 Φ は時間のみの関数であり，ある時刻に注目すると定数になる． X は軌道のパラメータである．

非線形ばねのパラメータを同じように定義する．ただし，各 q_i が t の関数であるのに対し，各 w_i はそれぞれ q_i の関数である．各ばねにおいて， q_i の領域を N 個の区間に分け，刻み幅を Δq_i とする． q_i の最大値と最小値を $q_{i,max}$ と $q_{i,min}$ とすると， q_i の刻みを以下の式で求める．

$$\Delta q_i = \frac{q_{i,max} - q_{i,min}}{N} \quad (18)$$

$$q_{i,j} = (j-1)\Delta q_i + q_{i,min}, j \in \{1, \dots, N+1\} \quad (19)$$

非線形ばねのパラメータとして， $q_{i,j}$ における力 $f_{i,j} = w_i(q_{i,j})$ と剛性係数 $s_{i,j} = w'_i(q_{i,j})$ を用いる． $f_{i,j}$ と $s_{i,j}$

を与えれば，以下の式で w_i を補間できる．

$$w_i(t) = \sum_{j=1}^N [(\alpha_i f_{i,j+1} + \beta_i f_{i,j} + (\gamma_i s_{i,j+1} + \delta_i s_{i,j})\Delta q_i) \chi_{i,j}(q_i)] \quad (20)$$

$$\chi_{i,j}(q_i) = \begin{cases} 1 & \text{if } q_i \in [q_{i,j}, q_{i,j+1}) \\ 0 & \text{if } t \notin [q_{i,j}, q_{i,j+1}) \end{cases} \quad (21)$$

$\alpha_i, \beta_i, \gamma_i, \delta_i$ は q_i の関数である．式 (16) と同様に，各ばねのパラメータ ($f_{i,j}, s_{i,j}$) を一つのベクトル Y にまとめることにより，ばねによる力ベクトル w は以下で表される．

$$w = {}^t\Psi Y \quad (22)$$

行列 Ψ は軌道の関数であり， Y は非線形ばねのパラメータである．

最適化を行う際は， C を最小化する (X, Y) を求める．

4. 非線形剛性の最適化

4.1 最適な剛性プロファイルにおける評価関数

先程定義したパラメータ・ベクトル X と Y を式 (9) に導入することで，評価関数 C が以下のように書き換えられる．

$$C = \frac{1}{2} \int_0^T \|u_0(t)\|^2 dt - \int_0^T {}^tY \Psi u_0(t) dt + \frac{1}{2} \int_0^T {}^tY \Psi {}^t\Psi Y dt \quad (23)$$

Y が時間に依存しないため， C が以下のように書ける．

$$C = C_0 - {}^tZY + \frac{1}{2} {}^tYKY \quad (24)$$

$$C_0 = \frac{1}{2} \int_0^T \|u_0(t)\|^2 dt \quad (25)$$

$$Z = \int_0^T \Psi u_0(t) dt \quad (26)$$

$$K = \int_0^T \Psi {}^t\Psi dt \quad (27)$$

K は対称行列， Z はベクトル， C_0 はスカラーであり，軌道に依存するが， Y に依存しない．したがって， Y に対しては評価関数は2次形式であり， Y に対する最小値は以下の式を満たす Y^* で得られる．

$$\left. \frac{\partial C}{\partial Y} \right|_{Y=Y^*} = -Z + KY^* = 0 \quad (28)$$

K が正則であるとする

$$Y^* = K^{-1}Z \quad (29)$$

が導かれる．

Y^* は軌道が与えられた時の，評価関数を最小化する非線形剛性プロファイルのパラメータである．また， Y^* を式 (24) に代入すると

$$C^* = C_0 - \frac{1}{2} {}^tZK^{-1}Z \quad (30)$$

が導かれる． C^* は最適な非線形剛性プロファイルにおける軌道の評価関数である．1項目は非線形ばねがない場合の軌道の評価であり，2項目は非線形ばねによる運動効率の改善項である． C^* は軌道のパラメータのみの関数である．

4.2 非線形性の調整

ここで求めた剛性の特性は，非線形性が強すぎれば，求めた非線形ばねが実現できないと考えられる．その問題を解決するため，評価関数 C にばねによる力の2次導関数を評価する項を追加する．式 (24) から，新しい評価関数は次式になる．

$$C = C_0 - {}^tZY + \frac{1}{2}{}^tYKY + \frac{1}{2} \sum_{i=1}^n \left[\frac{\lambda_i}{N\Delta q_i} \int_{q_{i,min}}^{q_{i,max}} \left(\frac{d^2}{dq_i^2} (w_i(q_i)) \right)^2 dq_i \right] \quad (31)$$

重み付け係数 λ_i を大きくすればするほど， $\frac{d^2}{dq_i^2} (w_i(q_i))$ が小さくなり， $w_i(q_i)$ は線形な関数に近づく．つまり， λ_i を調整することによりばねの非線形性は調整可能である．

式 (31) に式 (22) を代入し， C は以下のようになる．

$$C = C_0 - {}^tZY + \frac{1}{2}{}^tYKY + \frac{1}{2}{}^tYGY \quad (32)$$

ただし， G は重み付け係数 λ_i を含めた定数な対象行列である．4.1節で行った計算と同じように，式 (32) の Y に対する変微分を取ることにより，最適な非線形剛性プロファイルにおける軌道の評価関数を導出する．

$$C^* = C_0 - \frac{1}{2}{}^tZ(K + G)^{-1}Z \quad (33)$$

全ての λ_i を零とすると， G は零になり，式 (30) と式 (33) は等価となる．

5. 軌道の最適化

4.章に非線形剛性プロファイルの最適化問題を解いた上で，軌道パラメータのみの評価関数 C^* を作成した．しかし， X と C^* の間にある関係が極めて非線形であるため， C^* を最小化する X を厳密に求めることは困難である．そのため，最適な軌道パラメータを数値的な最適化アルゴリズムである逐次2次計画法 (Sequential Quadratic Programming) [8] で求める．逐次2次計画法は，評価関数を2次近似し，制約条件を1次近似して得られる2次計画問題を解いて探索方向を求め，その方向に進むことを繰り返す．逐次2次計画法を用いる際，アルゴリズムに評価関数とその評価関数の勾配を与える必要がある．本研究では，評価関数の勾配を導出した．

6. シミュレーション

シミュレーションの対象は図2に示す3自由度のマニピュレータである． l_i はリンク i の長さ， h_i はリンク i に固定された座標系の原点とリンク i の重心間の距離， θ_i は座標系 $(i-1)$ と座標系 i のなす角である (座

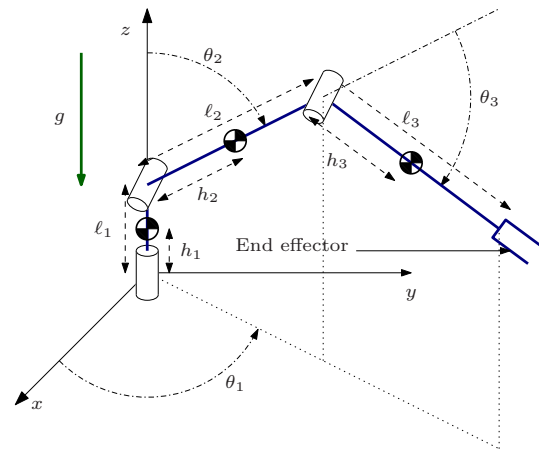


図2 3自由度のマニピュレータ

標系0は絶対座標系である)．また， g は重力加速度である．

マニピュレータの運動を時間領域 $[0s, 20s]$ にわたって最適化する．ただし，運動が生成されるため，エンドエフェクタの位置に表1に示す拘束条件を加える．周期的な運動を生成させるため， $t=0$ と $t=20$ における条件を同じにする．マニピュレータの初期設計における軌道を図3(a)に，経路を図4(a)に示す．最適設計における軌道を図3(b)に，経路を図4(b)に示す．図4に， p_i はエンドエフェクタの位置条件を示す．図5の左列に各ばねのトルクプロファイルを示す．図5の右列に各関節にかかるアクチュエータによるトルク u ，ばねによるトルク w とそのトルクの合計 u_0 を示す．図5から分かるように，ばねが運動を補助するため，アクチュエータによるトルクは小さくなる．表2に評価関数 C^* の値を示す． C^* の値から分かるように，一番性能の高い運動は軌道と非線形ばねの同時最適化からなる．

7. おわりに

本研究では，非線形ばねを有するロボットの運動効率を改善するための，軌道と非線形剛性の同時最適設計法を提案した．以下に成果を示す．

1. アクチュエータによるトルクから評価関数 C を定

表1 エンドエフェクタの位置条件

	t (s)	x (cm)	y (cm)	z (cm)
p_1	$[0, 1]$	30	10	20
p_2	$[5, 6]$	60	80	40
p_3	$[10, 11]$	-50	-40	70
p_4	$[15, 16]$	-50	100	120
p_5	20	30	10	20

表2 評価関数 C^* ((Nm)²s)

	ばね無し	線形ばね	非線形ばね
初期軌道	322	12.8	6.28
最適軌道	124	4.93	0.681

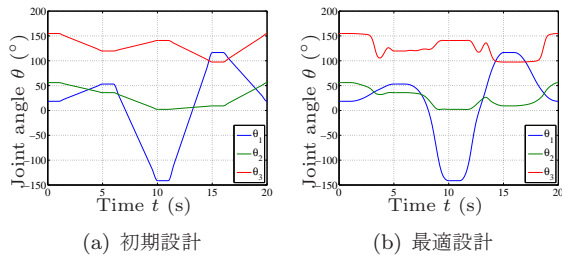
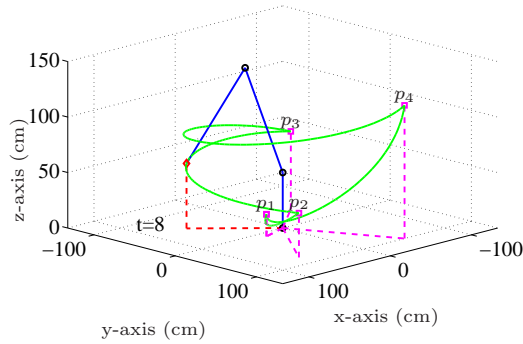
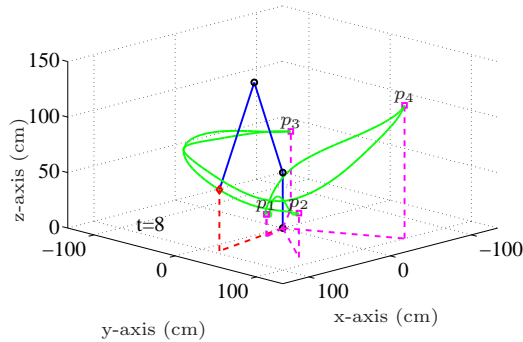


図3 マニピュレータの軌道



(a) 初期設計



(b) 最適設計

図4 マニピュレータの経路

義した。

2. 軌道と非線形剛性をエルミート補間でパラメータ化し、そのパラメータで評価関数を表した。
3. 非線形剛性の最適化の厳密解を導出した上で、最適な剛性プロファイルにおける評価関数 C^* を定義した。その評価関数は軌道パラメータのみの関数である。
4. 逐次2次計画法を用いて、最適な軌道パラメータを求めた。
5. シミュレーションを用いて、3自由度のマニピュレータの軌道と関節に取り付けられている非線形ばねの最適なパラメータを求めた。シミュレーションのデータから分かったように、線形剛性より非線形剛性の方が運動の性能が高く、一番性能の高い運動は軌道と非線形剛性の同時最適化からなる。

謝辞

本研究は、科学技術振興機構 CREST「パラサイトヒューマンネットによる五感情報通信と環境センシング・行動誘導」の支援を受けた。

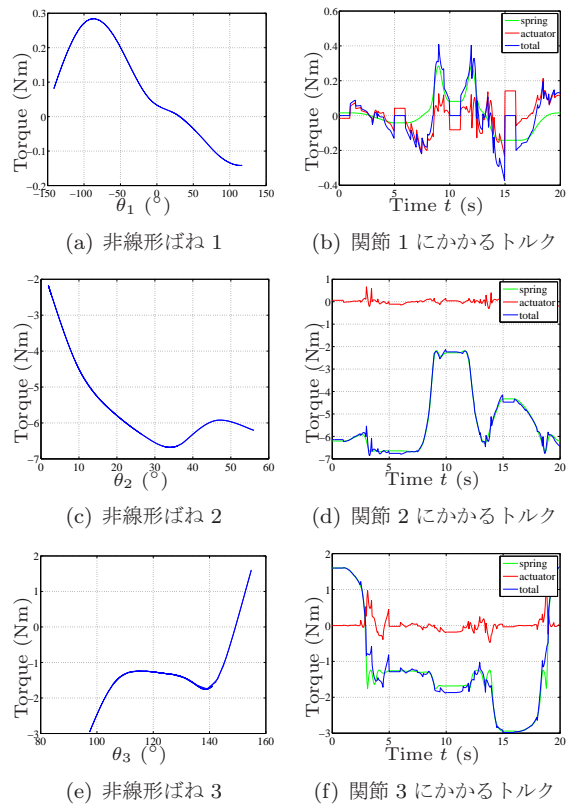


図5 ばねの特性と関節にかかるトルク

参考文献

- [1] G. J. Walsh, D. A. Streit, and B. J. Gilmore. Spatial spring equilibrator theory. *Mechanism and Machine Theory*, 26(2):155–170, 1991.
- [2] Doo Y. Jo, Edward J. Haug, and Ronald R. Beck. Optimization of force balancing mechanisms. Technical Report A101421, College of Engineering, The University of Iowa, Iowa City, IA 52242, USA, 03 1982.
- [3] D. A. Streit and B. J. Gilmore. Perfect spring equilibrators for rotatable bodies. *Journal of mechanisms, transmissions, and automation in design*, 111(4):451–458, 1989.
- [4] J. Yamaguchi and A. Takanishi. Design of biped walking robots having antagonistic driven joints using nonlinear spring mechanism. In *Proc. IEEE/RSJ International Conference on Intelligent Robots and Systems*, volume 1, pages 251–259, Grenoble, France, 9 1997.
- [5] R. McN. Alexander. Three uses for springs in legged locomotion. *International Journal of Robotics Research*, 9(2):53–61, 04 1990.
- [6] V. E. Berbyuk and A. E. Bostrom. Optimization problems of controlled multibody systems having spring-damper actuators. *International Applied Mechanics*, 37:935–940, 2001.
- [7] Katja D. Mombaur, Richard W. Longman, Hans Georg Bock, and Johannes P. Schloder. Open-loop stable running. *Robotica*, 23(01):21–33, 2005.
- [8] Alex Barclay, Philip E. Gill, and J. Ben Rosen. Sqp methods and their application to numerical optimal control. In Werner H. Schmidt Leonhard Bittner, Rolf Kitzler, editor, *Variational calculus, optimal control, and applications*, volume 124 of *International Series of Numerical Mathematics*, pages 207–222. Birkhuser, 1998.