

# 跳躍ロボットのための非円形歯車による非線形減速比の最適設計

岡田昌史, 竹田裕史 (東京工業大学)

## 1. はじめに

直流モータの出力はパワー  $P[W]$  で決定され、モータに流れる電流とロータの角速度には強い相関がある。電流はモータの出力トルク  $\tau[Nm]$  を決定しており、回転角速度  $\omega[\text{rad}/\text{sec}]$  との間に

$$P = \tau\omega \quad (1)$$

の関係があることから、 $\omega$  が大きくなれば  $\tau$  は小さくなる。一般に、これらのバランスをとる目的として減速器が用いられる。減速器の減速比を  $1:G$  とすると、トルクは  $G$  倍になり、角速度は  $1/G$  倍になる。そのため、力を重視するのか、速度を重視するのか、ロボットの実現したい運動に合わせて、適切な減速比を選択する必要がある。

ここで、跳躍ロボットを考える。より高く跳躍するためには大きな力を発生させることが有効であるため、これは大きな減速比を要求する。一方、跳躍時の速度を大きくするためにはモータの角速度を大きくする必要があり、これは小さな減速比を要求する。これより、モータの特性を有効に生かすためには、跳躍運動の途中で減速比を変化させる必要があるだろう。

跳躍ロボットに関する研究は古くから行われてきた。Niiyama ら [1] は人間の筋骨格を模したヒューマノイドロボットによる跳躍を行った。Ishikawa ら [2] はホッピングをハイブリッドシステムとしてとらえ、安定化制御則を提案し、Ugurlu ら [3] は ZMP ベースなジャンプ制御則を導出した。跳躍ロボットの機構・原理として、Shimoda ら [4]、Sakaguchi ら [5] は、質量の慣性力を利用して跳躍する機構を提案した。また、Kovac ら [6]、Curran ら [7]、Tsuda ら [8] は、ばねに蓄えられたエネルギーを利用した跳躍機構を提案した。これらは主に、跳躍の安定化、跳躍の方法に関するものである。

これに対し、本研究ではモータの駆動力から跳躍のための床反力までの減速比を運動途中に非線形に変化させ、モータの特性を十分に発揮させることを目指し、最適な減速比の導出とこれを実現する非円形歯車の設計を行う。そのために、以下のことを行う。

1. 跳躍ロボットにおいて、床反力を最大化する、変化する減速比を導出する。
2. 上記 1. で得られた非線形に変化する減速比を実現する非円形歯車を設計する。
3. シミュレーションによって提案手法の有効性を検証する。

可変減速器として、CVT(Continuously Variable Transmission) が自動車に用いられるが、これはベルトを用いたもので多回転する対象に適したものである。また、Hagiwara ら [9]、高木ら [10] は負荷感応型の可変減速器を提案しているが、本研究は運動に合わせて、

最適化した減速比を設計するものである。

## 2. 減速比の最適化

まず、一般的な機構について述べる。いま、図 1 に示される跳躍ロボットを考える。このロボットは、胴

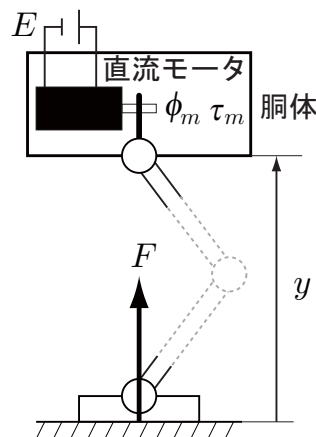


図 1 跳躍ロボット

体に直流モータを持ち、この駆動トルク  $\tau_m$  を脚部に伝達して床反力  $F$  を発生する。ただし、ここでは  $\tau_m$  から  $F$  への駆動伝達機構は任意とする。

この機構に対して、 $F$  を最大化することを考える。ロボットに加えられるエネルギー  $E$  は、ロボットが地面から離れる(離陸する)ときの胴体高さ  $y_{off}$  を用いて

$$E = \int_0^{y_{off}} F dy \quad (2)$$

で表され、さらに、 $y_{off}$  は  $F \leq 0$  となるときに起こる。これにより、 $F$  を常に最大化することでロボットは地面から離れずに床を蹴り続け、胴体の速度を大きくし続ける。モータの回転角を  $\phi_m$  とし、胴体の高さを  $y$  とする。さらに、モータに一定電圧  $E$  を印加するものとする。このとき、モータに流れる電流  $i$  は、キルヒホッフの法則から

$$E = iR + L \frac{di}{dt} + K_a \dot{\phi}_m \quad (3)$$

を満たす。ただし、 $R$  はモータの端子間抵抗、 $L$  はインダクタンス、 $K_a$  はトルク定数 (=逆起電力定数) である。ここで、 $L$  は十分小さいことを仮定し、

$$i = \frac{1}{R} (E - K_a \dot{\phi}_m) \quad (4)$$

とする。これより、モータが発生するトルクは

$$\tau_m = K_a i = \frac{K_a}{R} (E - K_a \dot{\phi}_m) \quad (5)$$

で与えられる．一方， $\phi_m$  と  $y$  の運動学的な関係を

$$y = f(\phi_m) \quad (6)$$

とする．ただし， $f$  は減速機や機構の情報も含んでいる．これより，

$$\dot{y} = \frac{\partial f}{\partial \phi_m} \dot{\phi}_m = J(\phi_m) \dot{\phi}_m \quad (7)$$

が得られる． $J$  はヤコビ行列である．式 (7) は  $y$  と  $\phi_m$  の変化率の関係を表しており，

$$\dot{y} : \dot{\phi}_m = J : 1 \quad (8)$$

であることを示している．そこで，

$$G(\phi_m) = J^{-1}(\phi_m) \quad (9)$$

とすることで， $G$  はモータの回転角と胴体高さの間の減速比 ( $1 : G$ ) と見なすことができる．さらに， $\tau_m$  と  $F$  の間には

$$F = G\tau_m \quad (10)$$

の関係が成り立つので，式 (5)，(10) から，床反力  $F$  と電圧  $E$  の間の関係は

$$F = G \frac{K_a}{R} (E - K_a G \dot{y}) \quad (11)$$

で表される．式 (11) は  $\dot{y} > 0$  ならば  $G$  に関して上に凸の 2 次関数であるので，床反力  $F$  を最大化する  $G$  は

$$G = \frac{E}{2K_a \dot{y}} \quad (12)$$

によって与えられる．実際，跳躍運動であれば  $\dot{y} \geq 0$  は満たされる．一般に，式 (9) より  $G$  は角度  $\phi_m$  の関数で与えられるが，式 (12) は速度項  $\dot{y}$  を含んでいる．そのため， $G$  を設計するためには  $\phi_m$  と  $\dot{y}$  の関係を得る必要がある． $\phi_m$  と  $\dot{y}$  の関係は順動力学の解から得られるが，これは運動方程式の積分を含み， $\phi_m$  (または  $y$ ) の初期値に依存する．これより，設計された  $G$  はある特定の初期姿勢に対して最適化されたものであり，他の初期姿勢に対する最適性は保証されないものであるといえる．

### 3. 跳躍ロボットの設計

#### 3.1 跳躍ロボットの機構

具体的に跳躍ロボットの設計を行う．図 2 に示される機構を考える．胴体内部の直流モータが発生するトルク  $\tau_m$  は，3 つの減速器 (ギア 1, 2, 3) を通して脚の回転トルク  $\tau_1$  へと変換される．各減速器の減速比をそれぞれ， $1 : G_1$ ,  $1 : G_2$ ,  $1 : G_3$  とし， $G_1$ ,  $G_3$  は一定値とする．すなわち，ギア 2 が非円形歯車であり， $G_2$  が設計対象である． $G_2$  は非線形な減速比を実現しなければならないが，これを非円形歯車を用いて設計するものとする．なお，ギア 1，ギア 3 は運動中のギア 2 の回転量を調整するためのものである ( $0 \sim 1.5\pi$  rad 程度が望ましい)．

2 本の脚部リンクの長さはどちらも  $2\ell$  と等しく，図 3 に示されるような，閉リンク系を用いた 1 自由度機

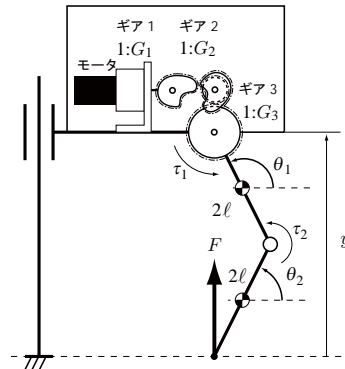


図 2 跳躍ロボットのモデル

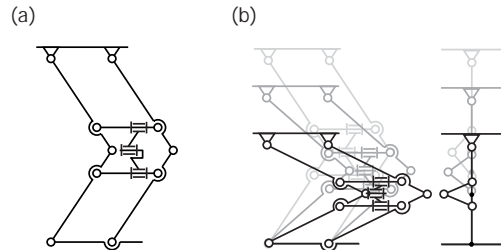


図 3 閉リンク機構を用いた脚部

構を採用する．これは，2 つの平行四辺形が等しい動きになるよう，空間リンクによって拘束を与えるものであり，これにより，胴体は常に鉛直方向に移動し，さらに，

$$\theta_1 + \theta_2 = \pi \quad (13)$$

の拘束条件を生む．

#### 3.2 機構の動力学モデル

モータ・ギア系，および，リンク系に対して，それぞれ対偶に働く内力を設定することでオイラーの運動方程式を導いた．ただし，ギア 2 において図 4 にあるように 入力歯車の回転角度を  $\phi_{in}$ ，出力歯車の角度を

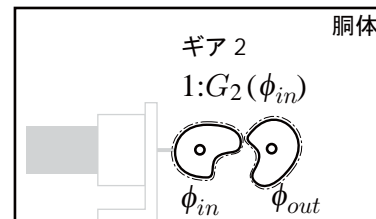


図 4 ギア 2 における非線形歯車

$\phi_{out}$  とし，減速比  $G_2$  を

$$G_2 = G_2(\phi_{in}) \quad (14)$$

のように  $\phi_{in}$  の関数としたとき，これらの関係は

$$\phi_{out} = \int \frac{1}{G_2(\phi_{in})} d\phi_{in} \quad (15)$$

で表されることから，

$$\ddot{\phi}_{out} = \frac{1}{G_2} \ddot{\phi}_{in} - \frac{1}{G_2^2} \frac{\partial G_2}{\partial \phi_{in}} \dot{\phi}_{in}^2 \quad (16)$$

の関係が成り立つ．また，式 (12) に相当する式は

$$J_\ell^{-1}(\theta_1)G_3G_2G_1 = \frac{E}{2K_a\dot{y}} \quad (17)$$

$$J_\ell(\theta_1) = \frac{\partial y}{\partial \theta_1} = 4\ell \cos \theta_1 \quad (18)$$

となるので，床反力  $F$  を最大化する  $G_2$  は

$$G_2(\phi_{in}) = \frac{EJ_\ell(\theta_1)}{2G_1G_3K_a\dot{y}} \quad (19)$$

により得られる．ただし， $J_\ell$  は脚部機構のヤコビ行列である．

#### 4. 減速比の決定と跳躍シミュレーション

順動力学の解から，式 (19) の  $G_2$  を決定する．すなわち，ある初期値からの跳躍シミュレーションを行い，ある瞬間に得られた  $\dot{y}$  を用いて， $G_2$  をシミュレーション中に求める．得られた  $G_2$  は同時にシミュレーションに使用する．

電圧  $E$  を 24V とし，初期姿勢を  $\theta_1 = 179^\circ$  とした．モータは MAXON 社の 60W 直流モータを想定し， $R = 1.53\Omega$ ， $K_a = 39.8 \times 10^{-3}\text{Nm/A}$  とした．また， $G_1 = 100$ ， $G_3 = 5$  を設定し，脚部リンク長さはそれぞれ  $0.4\text{m}$  ( $\ell = 0.2$ ) とした．最適な  $G_2$  は式 (19) で与えられるが，これは  $\dot{y}$  が小さいときに極めて大きな値を取るうえ， $\dot{y}$  の変化に伴って  $G_2$  の値も大きく変化する．しかし，これを非円形歯車で実現することは難しいため， $G_2 \leq 3$  を上限とした．また，ギア 1 のみに粘性摩擦項を設定し，モータに供給可能な電流  $i$  の最大値  $i_{max} = 10\text{A}$  を設定した．

サンプリングタイムごとに得られる  $\dot{y}$  から  $G_2$  を求め，初期姿勢からの動力学シミュレーションを行った．また，式 (16) における  $\partial G_2 / \partial \phi_{in}$  はサンプリングタイムごとに得られた  $G_2$ ， $\phi_{in}$  の変化量  $\Delta G_2$ ， $\Delta \phi_{in}$  値を用いて

$$\frac{\partial G_2}{\partial \phi_{in}} = \frac{\Delta G_2}{\Delta \phi_{in}} \quad (20)$$

で近似した．床反力  $F$  が零となったときを離陸時とし，そのときの  $\dot{y}_{off}$  を求めた．この結果，

$$\dot{y}_{off} = 3.21 \text{ m/sec} \quad (21)$$

を得た．図 5 に，(a)  $G_2$  の時間変化，(b)  $\dot{y}$  の変化，(c) 床反力  $F$  の変化，(d) モータに流れる電流の変化を示す．運動開始と共に  $\dot{y}$  が大きくなり， $G_2$  が小さくなる．脚が伸び， $F < 0$  となったときに離陸する．このとき，モータに流れる電流は一定値に収束している．また，離陸時の  $\theta_1$  は  $\theta_1 = 114^\circ$  であった．さらに，このとき得られた非円形歯車の形状を図 6 に示す．なお，軸間距離を  $r$  とすると，入力歯車の半径  $r_{in}$  は減速比  $G_2$  に対して

$$r_{in}(\phi_{in}) = \frac{r}{1 + G_2(\phi_{in})} \quad (22)$$

で与えられる．

比較のため， $G_2$  を一定値として跳躍のシミュレーションを行った． $G_2$  が 0.2 から 1.8 のときの  $\dot{y}_{off}$  を図 7 に示す．図の (a) の領域では，低い減速比のため機構

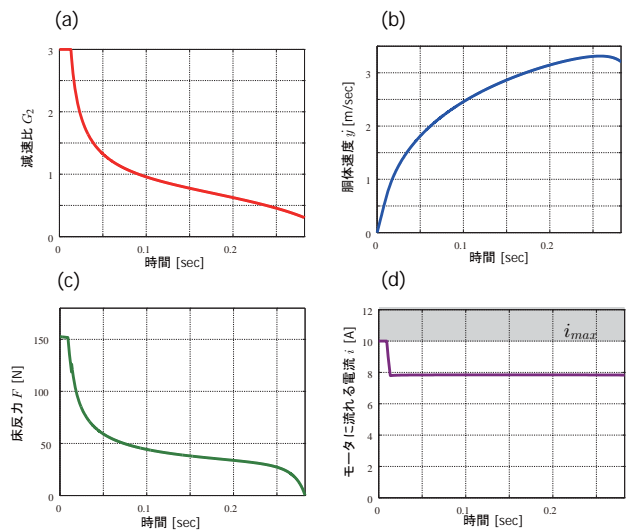


図 5 跳躍時における  $G_2$ ， $\dot{y}$ ， $F$ ， $i$  の時間変化

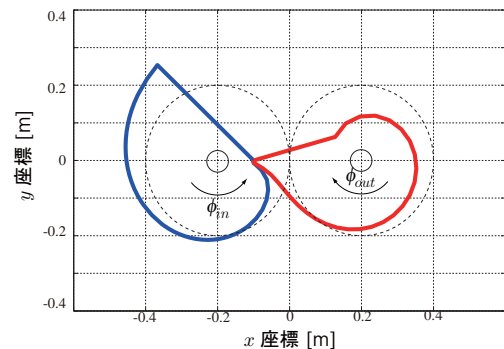


図 6 非円形歯車の形状

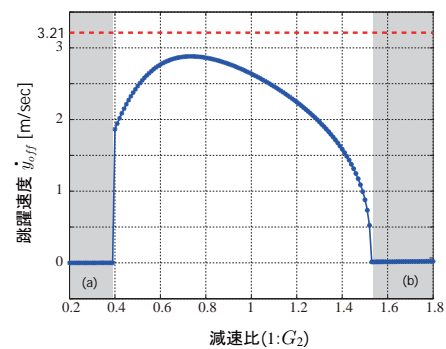


図 7 一定減速比  $G_2$  と跳躍速度の関係

が起立することができなかった．図の (b) の領域では高い減速比のため速度が足りなく，跳躍することができなかった．また，鎖線は最適化された  $G_2$  を用いたときの速度を表している．最大速度を得るための  $G_2$  は  $G_2 = 0.73$  であり，このとき  $\dot{y}_{off} = 2.88 \text{ m/sec}$  が得られ，離陸時の脚部回転角度は  $\theta_1 = 119^\circ$  であった．図 5 と同様に， $G_2$ ， $\dot{y}$ ， $F$ ， $i$  の時間変化を図 8 に示す．

これらの結果から以下の考察を得る．

1. 最適な非線形減速比を用いることで，一定減速比では得られない速度が得られた．このときの跳躍

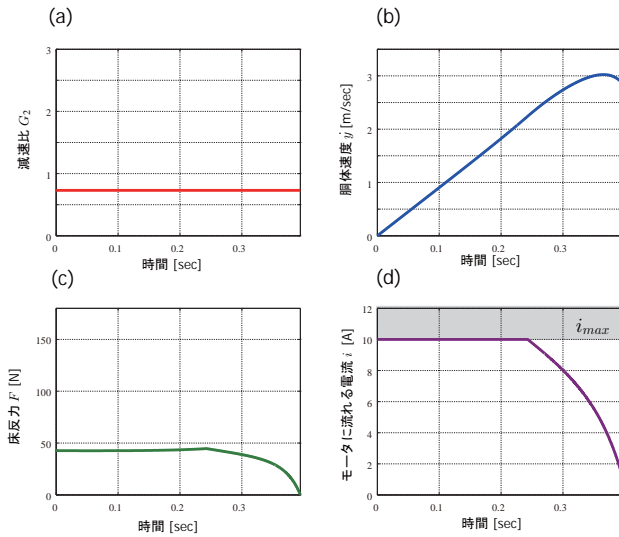


図8 一定減速比  $G_2$  を用いた場合の  $\dot{y}$ ,  $F$ ,  $i$  の時間変化

高さは 0.53m に相当し、一定減速比を用いた場合の最大跳躍高さは 0.42m であり、24% の増加に相当する。

2. 式 (12) より、

$$G\dot{y} = \frac{E}{2K_a} (= \text{const.}) \quad (23)$$

が導かれる。一方、式 (7), (9) を用いて、式 (4) は

$$i = \frac{E}{2R} \quad (24)$$

と書き換えられる。すなわち、最適な減速比  $G_2$  を用いることで、電流はオームの法則から導かれる最大電流の半分の値に収束し、実際、図 5(d) はその結果を表している。これより、モータに供給可能な電流  $i_{max}$  は、 $E/2R$  よりやや大きめであれば良いことが分かる。一方、一定減速比の場合は運動途中により大きな電流が要求されるため、大きな  $i_{max}$  の設定が必要である。実際、図 8(d) では電流が飽和していることが分かる。

3. 式 (23) の関係は、 $\dot{\phi}_m = \text{一定}$ 、も導き、これは本章の結果において、 $\dot{\phi}_{in} = \text{一定}$ 、を導く。すなわち、入力歯車は一定速度で回転し、 $G_2$  の変化によって  $F$  が最大化される。ただし、回転速度の時間変化は跳躍ロボットの運動方程式によって決定されるため、上述の「一定」値は収束値を意味している。本研究では、 $G_2$  の最大値を設定したが、図 6 において、非円形歯車にやや実現が困難な形状を形成している。ここでの考察を利用することで、滑らかに半径が変化する非円形歯車の設計の可能性も考えられる。

## 5. おわりに

本研究では、モータの特性を生かした跳躍ロボットを設計するために、減速比の最適化を行った。得られた成果を以下に示す。

1. 床反力を最大化するための最適な非線形減速比を導出した。

2. 得られた非線形減速比を非円形歯車で実現するために、その形状を求めた。
3. 一定減速比を用いた場合と比較し、本手法で求めた非線形減速比が跳躍に有効であることを示した。

## 謝辞

本研究は、科学技術振興機構 CREST「パラサイトヒューマンネットによる五感情報通信と環境センシング・行動誘導」の支援を受けた。

## 参考文献

- [1] R. Niiyama and Y. Kuniyoshi: "Design of a Musculoskeletal Athlete Robot: A Biomechanical Approach", Proc. of 12th International Conference on Climbing and Walking Robots and the Support Technologies for Mobile Machines (CLAWAR 2009), pp.173-180, 2009.
- [2] M. Ishikawa, A. Neki, J. Imura and S. Hara: "Energy preserving control of a hopping robot based on hybrid port-controlled Hamiltonian modeling", IEEE Conference on Control Applications (CCA2003), Paper No. CF-002507, 2003.
- [3] B. Ugurlu, A. Kawamura: "Real-time Running and Jumping Pattern Generation for Bipedal Robots based on ZMP and Euler's Equations", Proc. of the IEEE/RSJ International Conference on Intelligent Robots and Systems, pp.1100-1105, 2009.
- [4] S. Shimoda, T. Kubota and I. Nakatani: "New Mobility System Based on Elastic Energy under Microgravity", Proc. of the 2002 IEEE International Conference on Robotics and Automation, pp. 2296-2301, 2002.
- [5] K. Sakaguchi, T. Sudo, N. Bushida, Y. Chiba, Y. Asai and K. Kikuchi: "Wheel-Based Stair-climbing Robot with Hopping Mechanism - Fast Stair-climbing and Soft-landing by Vibration of 2-DOF system -", JSME Journal of Robotics and Mechatronics, Vol.19, No.3, pp.258-263, 2007.
- [6] M. Kovac, M. Fuchs, A. Guignard, J.C. Zufferey and D. Floreano: "A miniature 7g jumping robot", Proc. of the 2008 IEEE International Conference on Robotics and Automation, pp.373-378, 2008.
- [7] S. Curran and D. E. Orin: "Evolution of a Jump in an Articulated Leg with Series-Elastic Actuation", Proc. of the 2008 IEEE International Conference on Robotics and Automation, pp.352-358, 2008.
- [8] T. Tsuda, H. Mochiyama and H. Fujimoto: "A Compact Kick-and-Bounce Mobile Robot powered by Unidirectional Impulse Force Generators", Proc. of the 2009 IEEE/RSJ International Conference on Intelligent Robots and Systems, pp.3416-3421, 2009.
- [9] T. Hagiwara and S. Hirose: "Development of Dual Mode X-Screw: A Novel Load-Sensitive Linear Actuator with a Wide Transmission Range", Proc. of the 1999 IEEE International Conference on Robotics and Automation, pp.537-542, 1999.
- [10] 高木, 小俣: "ロボットハンドのための負荷感応無段変速機", 日本ロボット学会誌, Vol. 23, No. 2, pp.238-244, 2005.