

# 非円形スプールと差動機構による可変非線形剛性の実現

Nicolas SCHMIT, 岡田昌史 (東京工業大学)

## 1. はじめに

ロボットの関節に可変剛性アクチュエータを設置すると、関節の剛性を変更することによって、機構の固有周波数や衝撃吸収の特性などが調整することが可能となる。そのため、これまでに様々な可変剛性アクチュエータ (Variable Stiffness Actuator (VSA)) が提案された [1, 2, 3, 4, 5]。これらの中で、非線形な剛性プロファイルを実現する機構 [4, 5] があるが、全体の可動領域における剛性プロファイルを調整することは困難である。すなわち、関節の中央位置における剛性が自由に変更できるが、その剛性を変更するとき、中央位置以外の剛性がどのように変化するか自由に選択できない。

その問題を回避するために、全体の可動領域における非線形剛性プロファイルを切り替えることができる機構を提案する。参考文献 [6] に紹介した非円形スプール機構を用いて 2 つの非線形剛性プロファイルを実現し、その機構にアクチュエータと差動機構とばねの伸びを調整する機構を導入することによって、1 つの剛性プロファイルから他の剛性プロファイルに切り替えることが可能になる。まず、機構の構造を紹介し、そして機構の設計における拘束条件について説明する。最後に、脚ロボットに搭載された機構の最適設計を行う。

## 2. 非円形スプール機構の設計

提案する機構の構造とパラメータを図 1 に示す。O はスプールの軸、P は滑車の中心、r はスプールの可変半径、q はばねの自然長からの伸び、 $\theta_s$  はスプールの回転角度、 $\theta_r$  はスプールに固定された座標系から見た r の角度である。

スプールは点 O によって関節の軸に固定されている。スプールが回転するときケーブルを巻き、滑車を通してばねを引っ張る。これにより、O にトルク  $\tau$  が発生する。ただし、スプールが非円形であるため、 $\tau$  と  $\theta_s$  の間には非線形な関係がある。非円形スプールの輪郭の総合問題は、所望のトルク特性からスプールの形状を求めることである。スプールの輪郭の求め方については、参考文献 [6] に詳しい。

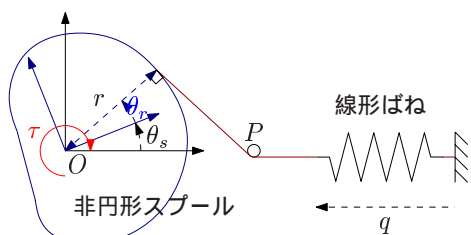


図 1 非円形スプールに基づくケーブル機構

## 3. ダブルプロファイルのスプール機構

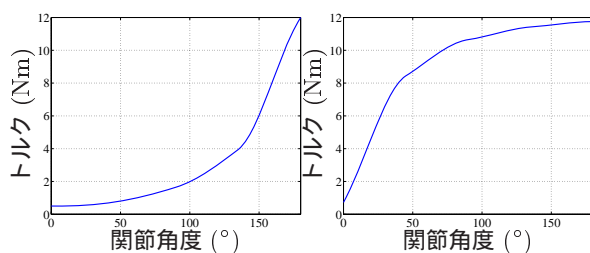
### 3.1 問題の設定

ロボットに複数のタスクを実行させるために、タスクに応じてトルクプロファイルを変更する必要がある。例えば、関節角度が  $0 \sim \hat{\theta}$  の間では、タスク 1 を実行するために図 2(a) に示すようなトルクプロファイル 1、タスク 2 を実行するために図 2(b) に示すようなトルクプロファイル 2 が必要なら、プロファイルを切り替えることができる機構が必要となる。そのため「ダブルプロファイルのスプール機構」を提案する。ダブルプロファイルのスプール機構とは 1 つのスプールで 2 つのトルクプロファイルを実現する機構である。また、本研究では、関節の可動領域を  $[0, 180^\circ]$  とする。したがって、 $\hat{\theta} = 180^\circ$  である。

図 3 に示すように、スプールの輪郭は 2 つに分けられ、各部分は 1 つのトルクプロファイルを実現する。プロファイルを切り替えるために、スプールと関節の軸の相対角度を  $180^\circ$  変えることとばねの付け根の位置を変更することが必要である。図 4 に示すように、スプールと関節の軸の間に差動機構を導入し、付け根の位置をばね伸び調整機構につなぐ。ただし、 $\theta_j$  は関節角度、 $\theta_d$  は差動角度である。差動機構によって、 $\theta_s$ 、 $\theta_d$ 、 $\theta_j$  は以下の関係で表される。

$$\theta_s = \theta_d + \theta_j \quad (1)$$

差動角度  $\theta_d$  と伸び調整機構は一つのアクチュエータにより駆動される。関節の軸から見たトルクプロファイルを変えるのに、そのアクチュエータを用いて  $\theta_d$  を  $0^\circ$  から  $\hat{\theta}$  まで変化させる。これにより、スプールと関節の軸の相対角度を変更し、関節角度の可動領域に対応するスプールの輪郭の領域を変更する。同時に、ばねの伸びを変更することによって、プロファイルの切り替えを行う。伸び調整機構は他の非円形スプールからなる機構であり、このスプールの形を設計することによって調整機構が加える伸び  $\delta q$  とアクチュエータの回転角度  $\theta_d$  の間の関係を選ぶことができる。



(a) トルクプロファイル 1

(b) トルクプロファイル 2

図 2 所望の二つのトルクプロファイル

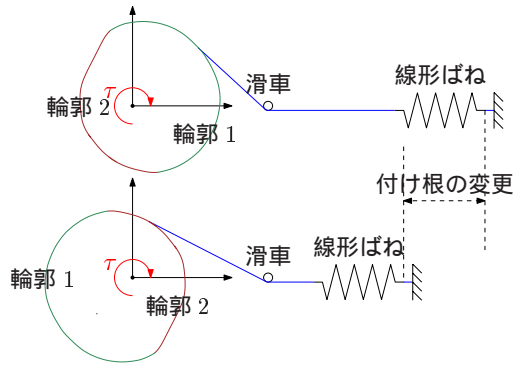


図3 スプールの輪郭は2つに分けられ、各部分は1つのトルクプロファイルを実現する

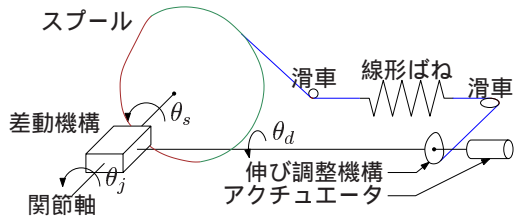


図4 差動機構によるプロファイルの切り替え

### 3.2 幾何学的な拘束条件

プロファイルの切り替えを行うときスプールと関節の軸の相対角度を  $\hat{\theta}$  で変化するため、スプールから見た全体のトルクプロファイルは図5に示すような不連続な関数である。ただし、トルクプロファイルが不連続であるのに対して、スプールの輪郭を連続とする必要がある。その条件を

$$\begin{cases} r(\hat{\theta}^-) = r(\hat{\theta}^+) \\ \theta_r(\hat{\theta}^-) = \theta_r(\hat{\theta}^+) \end{cases} \quad (2)$$

で表す。参考文献 [6] から、これは以下と同値である。

$$\begin{cases} J(\hat{\theta}^-) = J(\hat{\theta}^+) \\ J'(\hat{\theta}^-) = J'(\hat{\theta}^+) \end{cases} \quad (3)$$

ただし、

$$J(\theta_s) = \frac{\tau(\theta_s)}{\sqrt{2k \int_0^{\theta_s} \tau(u) du + (k q_0)^2}} \quad (4)$$

であり、 $k$  はばね定数、 $q_0$  は  $\theta_s = 0$  のときのばねの伸びである。そのため、スプールを設計する際に  $J(\theta_s)$  と  $J'(\theta_s)$  を連続にするような設計パラメータを選択する必要がある。

#### 3.2.1 $J(\theta_s)$ の連続性

関数  $J(\theta_s)$  をトルクプロファイルごとに、式(4)から以下の式で求める。

$$J(\theta_s) = \frac{\tau_1(\theta_s)}{\sqrt{2k \int_0^{\theta_s} \tau_1(u) du + (k q_0)^2}} \quad (0 \leq \theta_s \leq \hat{\theta}) \quad (5)$$

$$J(\theta_s) = \frac{\tau_2(\theta_s)}{\sqrt{2k \int_{\hat{\theta}}^{\theta_s} \tau_2(u) du + (k q_{\hat{\theta}})^2}} \quad (\hat{\theta} \leq \theta_s \leq 2\hat{\theta}) \quad (6)$$

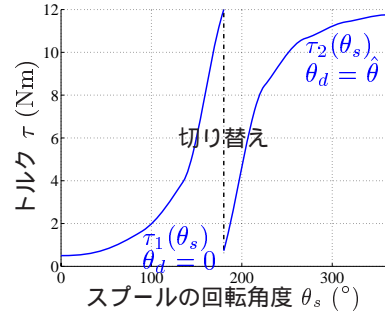


図5 スプールから見た全体のトルクプロファイル

ただし、 $q_{\hat{\theta}}$  はプロファイル切り替え後の、 $(\theta_s = \hat{\theta})$  におけるばねの伸びである。 $J(\hat{\theta}^-) = J(\hat{\theta}^+)$  であるため、

$$q_{\hat{\theta}} = \frac{\tau_2(\hat{\theta})}{\tau_1(\hat{\theta})} \sqrt{\frac{2}{k} \int_0^{\hat{\theta}} \tau_1(u) du + q_0^2} \quad (7)$$

を満たさなければならない。式(7)により、 $q_{\hat{\theta}}$  は  $\tau_1$ 、 $\tau_2$ 、 $k$ 、 $q_0$  で決まる。

#### 3.2.2 $J'(\theta_s)$ の連続性

式(4)を  $\theta_s$  で微分することによって、

$$J'(\theta_s) = \frac{J(\theta_s)}{\tau(\theta_s)} (\tau'(\theta_s) - k J^2(\theta_s)) \quad (8)$$

が導かれる。従って、

$$J'(\hat{\theta}^-) = J'(\hat{\theta}^+) \iff$$

$$k J^2(\hat{\theta}) (\tau_2(\hat{\theta}) - \tau_1(\hat{\theta})) = \tau_1'(\hat{\theta}) \tau_2(\hat{\theta}) - \tau_2'(\hat{\theta}) \tau_1(\hat{\theta}) \quad (9)$$

が成り立つ。ここから、解の存在性について説明する。

(a)  $\tau_1(\hat{\theta}) = \tau_2(\hat{\theta})$ ,  $\tau_1'(\hat{\theta}) = \tau_2'(\hat{\theta})$  のとき、全体のトルクプロファイルが  $C^1$  関数であるため、 $J'(\theta_s)$  が連続である。この場合、ダブルトルクプロファイルではなく、シングルトルクプロファイルのスプールになる。

(b)  $\tau_1(\hat{\theta}) = \tau_2(\hat{\theta})$ ,  $\tau_1'(\hat{\theta}) \neq \tau_2'(\hat{\theta})$  又は  $\tau_1(\hat{\theta}) \neq \tau_2(\hat{\theta})$ ,  $\tau_1'(\hat{\theta}) \tau_2(\hat{\theta}) = \tau_2'(\hat{\theta}) \tau_1(\hat{\theta})$  のとき、式(9)が満たされないため、解は存在しない。ばね定数と初期伸びをどのように調整しても、スプール機構によるダブルトルクプロファイルの実現は不可能である。

(c)  $\tau_1(\hat{\theta}) \neq \tau_2(\hat{\theta})$ ,  $\tau_1'(\hat{\theta}) \tau_2(\hat{\theta}) \neq \tau_2'(\hat{\theta}) \tau_1(\hat{\theta})$  のとき、式(4)と式(9)から以下の式が成り立つ。

$$k q_0^2 = \tau_1^2(\hat{\theta}) \frac{\tau_2(\hat{\theta}) - \tau_1(\hat{\theta})}{\tau_1'(\hat{\theta}) \tau_2(\hat{\theta}) - \tau_2'(\hat{\theta}) \tau_1(\hat{\theta})} - 2 \int_0^{\hat{\theta}} \tau_1(u) du \quad (10)$$

式(10)の右辺が負である場合、解は存在しないが、正である場合、ばねの初期伸びが

$$q_0 = \sqrt{\frac{\tau_1^2(\hat{\theta})}{k} \frac{\tau_2(\hat{\theta}) - \tau_1(\hat{\theta})}{\tau_1'(\hat{\theta}) \tau_2(\hat{\theta}) - \tau_2'(\hat{\theta}) \tau_1(\hat{\theta})} - \frac{2}{k} \int_0^{\hat{\theta}} \tau_1(u) du} \quad (11)$$

で得られる。

### 3.3 プロファイルの切り替え

プルファイルを切り替えるとき、ばねの伸びを長さ  $\Delta q$  で変更する．伸びの変化量を以下の式で求める．

$$\Delta q = q_{\hat{\theta}} - q_1(\hat{\theta}) \quad (12)$$

ただし、 $q_1(\hat{\theta})$  は切り替え前の ( $\theta_s = \hat{\theta}$ ) におけるばねの伸び、 $q_{\hat{\theta}}$  は切り替え後の ( $\theta_s = \hat{\theta}$ ) におけるばねの伸びである．また、 $q_1(\hat{\theta})$  を以下の式で求める [6]．

$$q_1(\hat{\theta}) = \sqrt{\frac{2}{k} \int_0^{\hat{\theta}} \tau_1(u) du + q_0^2} \quad (13)$$

式 (12) に式 (7) と式 (13) を代入すると、

$$\Delta q = \left( \frac{\tau_2(\hat{\theta})}{\tau_1(\hat{\theta})} - 1 \right) \sqrt{\frac{2}{k} \int_0^{\hat{\theta}} \tau_1(u) du + q_0^2} \quad (14)$$

が導かれる．式 (14) から分かるように、切り替え後のトルクが切り替え前のトルクより大きい場合、ばねを伸ばし ( $\Delta q > 0$ )、切り替え後のトルクが切り替え前のトルクより小さい場合、ばねを緩む ( $\Delta q < 0$ )．

## 4. 機構の最適設計

### 4.1 トルクプロファイルの修正

3.2.2 節で説明したように、 $\tau_1$  と  $\tau_2$  の値によって、スプールが設計できない場合がある．その問題を回避するため、最適計算によるトルクプロファイルの修正方法を提案する．最適化アルゴリズムの評価関数は

$$C = \int_0^{2\hat{\theta}} (\tau_d(\theta_s) - \tau_r(\theta_s))^2 d\theta_s$$

である．ただし、 $\tau_d(\theta_s)$  は与えられた所望のトルク関数、 $\tau_r(\theta_s)$  は実現したトルク関数である．設計変数は  $\tau_r(\theta_s)$  とばねの初期伸び  $q_0$  とする．また、輪郭が連続であるように式 (10) が制約条件となる．その例として、図 6(a) に青い線で示すようなトルクプロファイルを実現しようとしたとき、最適化の結果でトルクプロファイルは緑と茶色の点線のように修正された．修正されたプロファイルは制約条件を満たすため、実現可能である．修正されたプロファイルを実現するスプールの形状を図 6(b) に示す．

### 4.2 切り替え軌道の最適化

伸び調整機構はばねの伸びに長さ  $\delta q$  加える．切り替え後の伸びの変化量が式 (14) で決まっているため、差動角度  $\theta_d$  と伸び調整機構が加える伸び  $\delta q$  の間に、以下の関係がある．

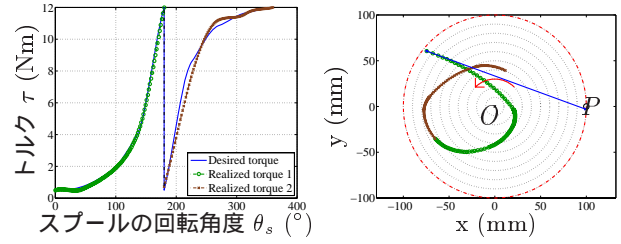
$$\delta q = 0 \quad (\theta_d = 0) \quad (15)$$

$$\delta q = \Delta q \quad (\theta_d = \hat{\theta}) \quad (16)$$

この条件を満たす限り、切り替え途中の  $\theta_d$  と  $\delta q$  の間の関係を自由に選べる．本研究では、アクチュエータの最大トルクを最小化するような関係を求める．

ばねの伸びは

$$q(\theta_s, \theta_d) = \int_0^{\theta_s} J(u) du + q_0 + \delta q(\theta_d) \quad (17)$$



(a) トルクプロファイルの修正

(b) スプールの形状修正

図 6 非円形スプールによる非線形ばねの実現

で表されるため [6]、システム全体のポテンシャルエネルギーは

$$E_p(\theta_s, \theta_d) = \mathcal{F}(\theta_s - \theta_d) + \frac{1}{2}k \left( \int_0^{\theta_s} J(u) du + q_0 + \delta q(\theta_d) \right)^2 \quad (18)$$

で表される．ただし  $\mathcal{F}(\theta_s - \theta_d)$  はスプール機構以外のポテンシャルエネルギーである（重力によるポテンシャルエネルギーなど）．プロファイルの切り替えを行う際に、ロボットの運動速度が無視できるほど小さいと仮定すると、アクチュエータが回転するとき、スプールの角度  $\theta_s$  と関節の角度  $\theta_j$  はロボットの姿勢が平衡点であるように変化する．したがって、

$$\left. \frac{\partial E_p}{\partial \theta_s} \right|_{\theta_d} = 0 \quad (19)$$

が導かれる．式 (19) に式 (18) を代入することにより、

$$\mathcal{F}'(\theta_s - \theta_d) + k J(\theta_s) \left( \int_0^{\theta_s} J(u) du + q_0 + \delta q(\theta_d) \right) = 0 \quad (20)$$

が導かれる．式 (18) と式 (20) から、平衡点におけるポテンシャルエネルギーは

$$E_p(\theta_s, \theta_d) = \mathcal{F}(\theta_s - \theta_d) + \frac{\mathcal{F}'^2(\theta_s - \theta_d)}{2kJ^2(\theta_s)} \quad (21)$$

で得られる．切り替えアクチュエータのトルク  $\tau_{act}$  は

$$\tau_{act} = \frac{dE_p}{d\theta_d} \quad (22)$$

で得られるので、その最大値を最小化するような関数  $\delta q(\theta_d)$  を以下の手順で求める．

1.  $\theta_s$  を  $\theta_d$  の区分的多項式（エルミート補間）で表し、データ点の値を設計パラメータとする．
2. 現在の設計パラメータにおける  $\theta_s(\theta_d)$  を算出する．
3.  $\theta_d$  と  $\theta_s$  から、式 (21) を用いてポテンシャルエネルギーを算出する．
4. 式 (22) を用いて、アクチュエータトルク  $\tau_{act}$  を差分により算出する．

- $\tau_{act}$  の最大絶対値を評価関数の値とする．評価関数の値から，設計パラメータを変更し，2. から繰り返す．
- 最適な  $\theta_s$  を求めた後，式 (23) を用いて  $\delta q(\theta_d)$  を算出する．

$$\delta q(\theta_d) = -\frac{F'(\theta_s - \theta_d)}{kJ(\theta_s)} - \int_0^{\theta_s} J(u) du - q_0 \quad (23)$$

例として，図 7 に示す脚口ポット機構を考える． $\theta_{foot}$  は脚と水平方向のなす角， $\phi$  と  $n$  は  $\theta_{foot}$  から  $\theta_j$  までの伝達関数のパラメータである．機構の構造によって，ロボットの運動は上下の運動のみとなっている．また，本体の上下可動領域に対応する  $\theta_j$  (関節角度) の可動領域が  $[0, \hat{\theta}]$  になるようなパラメータ  $\phi$  と  $n$  を選ぶ．このロボットに図 4 に示した機構を搭載し，図 6(a) に示した修正されたトルクプロファイルを実現する非円形スプールを設計する．トルクプロファイルの切り替えにおける関係  $\delta q(\theta_d)$  を図 8(a) に示す．また， $\theta_d$  を駆動するアクチュエータのトルク  $\tau_{act}$  を図 8(b) に示す．最大値を最小化したため， $\theta_d \leq 100^\circ$  のときに  $\tau_{act}$  が 45mNm で一定値となるのが得られた．

## 5. おわりに

本研究では，一つの機構で二つの非線形ばねを実現し，アクチュエータによって一つの剛性プロファイルから他の剛性プロファイルに切り替えることができる機構を提案した．この機構のメリットは切り替えのとき以外にはアクチュエータが作用しないため，エネルギーを消費しないことである．以下に成果を示す．

- 一つの非円形スプール機構で，異なる二つの非線形ばねを実現した．
- 全体のトルクプロファイルが不連続であるのに，スプールの輪郭が連続であるような幾何学的な拘束条件を導出した．また，その条件を満たすようなトルクの修正方法を提案した．
- 一つのアクチュエータで，差動機構によりスプールと関節の軸の相対角度を変更すると同時に，ばねの伸びを調整した．

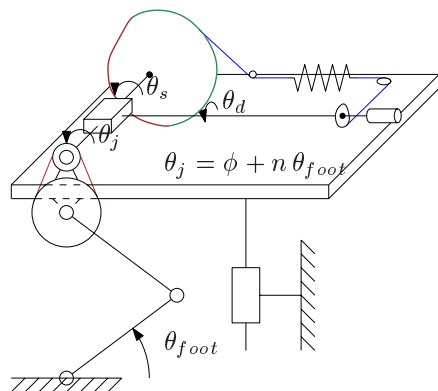


図 71 自由度の脚口ロボットに搭載された機構

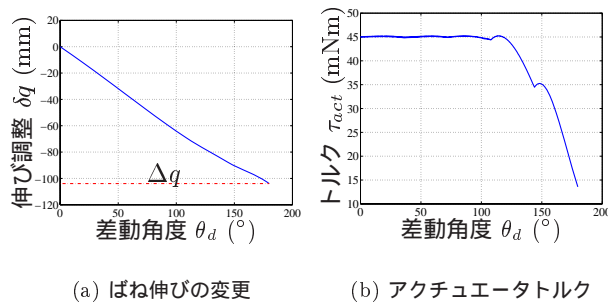


図 8 プロファイル切り替えにおけるばねの伸びの変更とアクチュエータのトルク

- 切り替えに必要なアクチュエータの最大トルクを最小化するような伸び調整機構の設計法を提案した．

謝辞

本研究は，科学技術振興機構 CREST「パラサイトヒューマンネットによる五感情報通信と環境センシング・行動誘導」の支援を受けた．

## 参考文献

- R. Ham, T. Sugar, B. Vanderborght, K. Hollander, and D. Lefeber. "Compliant actuator designs". In: IEEE Robotics Automation Magazine 16.3 (Sept. 2009), pp. 81-94.
- T. Morita and S. Sugano. "Design and development of a new robot joint using a mechanical impedance adjuster". In: Proc. IEEE International Conference on Robotics and Automation. Vol. 3. Nagoya, Aichi, Japan, May 1995, pp. 2469-2475.
- G. Tonietti, R. Schiavi, and A. Bicchi. "Design and Control of a Variable Stiffness Actuator for Safe and Fast Physical Human/Robot Interaction". In: Proc. IEEE International Conference on Robotics and Automation. Barcelona, Spain, Apr. 2005, pp. 526-531.
- Shane A. Migliore, Edgar A. Brown, and Stephen P. De-Weerth. "Novel Nonlinear Elastic Actuators for Passively Controlling Robotic Joint Compliance". In: Journal of Mechanical Design 129.4 (2007), pp. 406-412.
- S. Wolf and G. Hirzinger. "A new variable stiffness design: Matching requirements of the next robot generation". In: Proc. IEEE International Conference on Robotics and Automation. Pasadena, CA, USA, May 2008, pp. 1741-1746.
- Nicolas Schmit and Masafumi Okada. "Design and Realization of a Non-Circular Cable Spool to Synthesize a Nonlinear Rotational Spring". In: Advanced Robotics 26 (2012), pp. 235-252.